CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	EFAP-R0-100, EFAP-R0-200, EFAP-R0-300
Termin egzaminu:	15 czerwca 2023 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–2)

Zasady oceniania[1]
(dla rozwiązania sposobem 1. i sposobem 2.)

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru $v^2 = v_0^2 - 2as$ (zastosowanie równań ruchu jednostajnie opóźnionego) **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wzoru.

1 pkt – poprawne zapisanie zależności drogi od czasu i prędkości od czasu (lub przyśpieszenia od czasu) dla ruchu jednostajnie opóźnionego, z poprawnym uwzględnieniem znaku przy wartości przyśpieszenia, np. zapisy lub zapisy równoważne:

$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$ i $v = v_0 - at$

albo

$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$ i $a = \frac{v_0 - v}{t}$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3.)

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru $v^2 = v_0^2 - 2as$ (zastosowanie twierdzenia o pracy i energii kinetycznej) **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wzoru.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i energii kinetycznej **oraz** wyrażenie siły wypadkowej na podstawie II zasady dynamiki, np. zapisy lub zapisy równoważne:

$W_{F_w} = E_{kin\,konc} - E_{kin\,pocz}$ oraz $F_w = am$

albo

$ams = |E_{kin\,konc} - E_{kin\,pocz}|$

LUB

– zapisanie równania wynikającego z twierdzenia o pracy siły wypadkowej i energii kinetycznej **oraz** zastosowanie wzoru na energię kinetyczną i pracę

$-F_w s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga! Powyższe zasady uwzględniają fakt, że zdający może zidentyfikować siłę wypadkową działającą na kulkę na dywanie jako konkretną siłę – siłę oporów ruchu (np. zamiast używania oznaczenia F_w będzie oznaczenie F_{op}).

---

[1] Pod opisem warunków za przyznanie punktów, w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równania ruchu, tzn. zależność drogi od czasu oraz zależność prędkości od czasu w ruchu jednostajnie opóźnionym. Następnie wyeliminujemy czas i wyprowadzimy związek między drogą s, prędkością początkową v_0, prędkością końcową v oraz wartością bezwzględną przyśpieszenia a.

$$\begin{cases} s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 - at \end{cases} \rightarrow \begin{cases} s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ t = \frac{v_0 - v}{a} \end{cases} \rightarrow s = v_0\left(\frac{v_0 - v}{a}\right) - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0 - v}{a}\right)^2 \rightarrow$$

$$s = \frac{v_0^2 - v_0 v}{a} - \frac{v_0^2 - 2v_o v + v^2}{2a} = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v - (v_0^2 - 2v_o v + v^2)}{2a} \rightarrow$$

$$s = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v - v_0^2 + 2v_o v - v^2}{2a} = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} \rightarrow 2as = v_0^2 - v^2$$

Sposób 2.

Zapiszemy zależność drogi od czasu oraz wzór na przyśpieszenie w ruchu jednostajnie opóźnionym. Zależność drogi od czasu podamy w wersji z prędkością początkową i końcową (na podstawie twierdzenia o drodze jako polu pod wykresem prędkości od czasu).

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \\ a = \frac{v_0 - v}{t} \end{cases}$$

Pomnożymy przez siebie obie strony tych równań, wykonamy przekształcenia prowadzące do otrzymania związku między drogą s, prędkością początkową v_0, prędkością końcową v oraz wartością bezwzględną przyśpieszenia a.

$$a \cdot s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \cdot \frac{(v_0 - v)}{t} \rightarrow 2as = (v_0 + v)(v_0 - v) \rightarrow 2as = v_0^2 - v^2$$

Sposób 3.

Skorzystamy z twierdzenia o pracy i energii kinetycznej: Praca siły wypadkowej działającej na ciało jest równa zmianie energii kinetycznej ciała. Siłę wypadkową wyrazimy na podstawie II zasady dynamiki. We wzorze na pracę uwzględnimy, że siła wypadkowa działa przeciwnie do przemieszczenia (kulka hamuje). Zatem:

$$W_{F_W} = E_{kin\,konc} - E_{kin\,pocz} \rightarrow -F_W \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$-ma \cdot s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow 2as = v^2 - v_0^2$$

Zadanie 1.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** poprawne wyznaczenie na podstawie wykresu wartości przyśpieszenia **oraz** drogi s_z mieszczących się w przedziałach:

$$0{,}047\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \leq a \leq 0{,}057\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad 0{,}90\ \mathrm{m} \leq s_z \leq 0{,}98\ \mathrm{m}$$

3 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** identyfikacja wartości bezwzględnej współczynnika kierunkowego prostej jako podwojonej wartości przyśpieszenia (opóźnienia)

LUB

– poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne narysowanie odcinków niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych **oraz** identyfikacja miejsca zerowego funkcji liniowej jako drogi s_z, którą przebyła kulka na dywanie aż do zatrzymania się.

2 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów pomiarowych

LUB

– wyznaczenie przyśpieszenia lub drogi (bez błędu rachunkowego) jedynie na podstawie podanego wzoru i danych w tabeli, bez korzystania z wykresu (niezależnie czy wykres został sporządzony, czy nie).

1 pkt – poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne zaznaczenie niepewności pomiarowych

LUB

– poprawne naniesienie punktów pomiarowych w układzie współrzędnych **oraz** poprawne narysowanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów (bez narysowania odcinków niepewności pomiarowych)

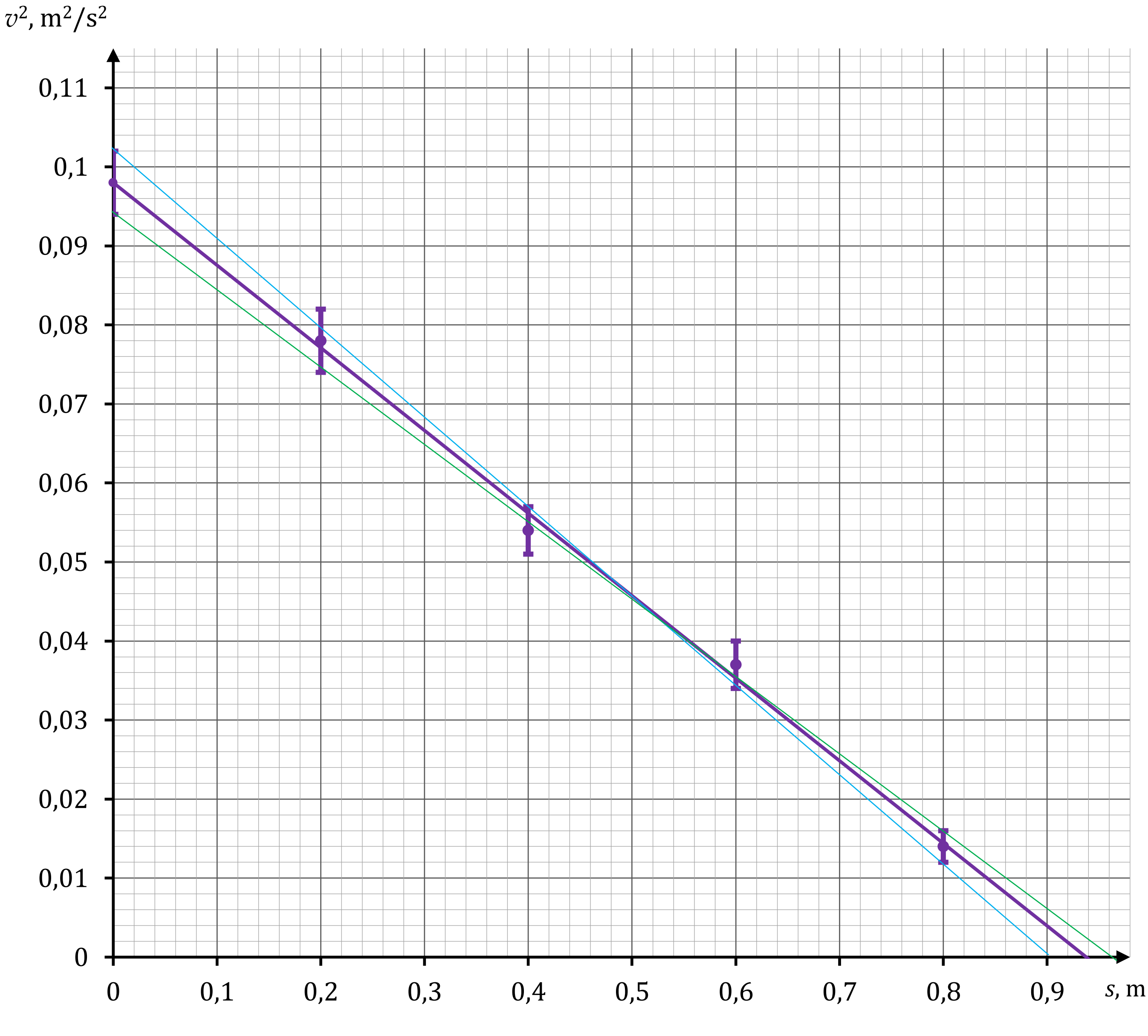
LUB

– wyznaczenie przyśpieszenia lub drogi (z błędami rachunkowymi) jedynie na podstawie podanego wzoru i danych w tabeli, bez korzystania z wykresu (niezależnie czy wykres został sporządzony, czy nie) i nie zostały spełnione warunki na wyższą liczbę punktów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Kolorem fioletowym narysowano prostą najlepiej dopasowaną do punktów pomiarowych. Kolorem zielonym i niebieskim narysowano proste dopasowane do punktów pomiarowych o najmniejszym i największym akceptowalnym nachyleniu.



Sposób 1.

Zapiszemy zależność $v^2(s)$:

$$v^2 = -2as + v_0^2$$

Jest to zależność liniowa postaci:

$$y = -|A|x + B$$

gdzie wartości funkcji, argumenty funkcji i parametry identyfikujemy następująco:

$$y = v^2 \qquad x = s \qquad |A| = 2a \qquad B = v_0^2$$

Na podstawie wykresu wyznaczymy wartość bezwzględną współczynnika kierunkowego prostej. Wykorzystamy współrzędne dwóch dowolnych punktów leżących na prostej, np.:

$$P_1 = (0{,}00; 0{,}098), \qquad P_2 = (0{,}84; 0{,}010)$$

Wartość bezwzględna współczynnika kierunkowego jest równa ilorazowi wartości bezwzględnych przyrostów wartości funkcji i argumentów funkcji liniowej:

$$|A| = \frac{0{,}098\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} - 0{,}01\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{0{,}84\ \mathrm{m} - 0{,}00\ \mathrm{m}} = 0{,}104761\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}105\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Zatem:

$$a = \frac{|A|}{2} = \frac{0{,}104761\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \approx 0{,}052\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Sposób 1.1. wyznaczenia drogi

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się ($v = 0$) jest miejscem zerowym funkcji liniowej:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \qquad (\ 0 = -|A|x_z + B\ )$$

Miejsce zerowe funkcji liniowej odczytamy z wykresu. W tym celu przedłużymy prostą do przecięcia z osią odciętych i odczytamy odciętą punktu przecięcia:

$$s_z \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Sposób 1.2. wyznaczenia drogi

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się ($v = 0$) jest miejscem zerowym funkcji liniowej:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \qquad \rightarrow \qquad s_z = \frac{v_0^2}{2a}$$

Miejsce zerowe funkcji liniowej obliczymy na podstawie wartości a oraz v_0^2:

$$s_z = \frac{v_0^2}{2a} \approx \frac{0{,}098}{0{,}1047}\ \mathrm{m} \approx 0{,}936\ldots\mathrm{m} \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Sposób 2.

Uwaga! W rozwiązaniu wykorzystującym punkty wykresu będące miejscami przecięcia wykresu z osiami: $(0;\ v_0^2)$ *i* $(s_z, 0)$ *nie ma konieczności określenia związku między współczynnikiem kierunkowym narysowanej prostej a przyśpieszeniem.*

Droga s_z, jaką przebędzie kulka na dywanie do momentu zatrzymania się $(v = 0)$ jest miejscem zerowym funkcji liniowej. Miejsce zerowe funkcji liniowej odczytamy z wykresu. W tym celu przedłużymy prostą do przecięcia z osią odciętych i odczytamy odciętą punktu przecięcia:

$$s_z \approx 0{,}94\ \mathrm{m}$$

Prosta $v^2 = -2as + v_0^2$ przecina oś rzędnych w punkcie $(0;\ v_0^2 = 0{,}098\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2})$. Zatem równanie prostej to $v^2 = -2as + 0{,}98$: Do tego równani podstawimy miejsce zerowe i następnie obliczymy przyśpieszenie a:

$$0 = -2as_z + v_0^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{v_0^2}{2s_z} \quad \rightarrow \quad a = \frac{0{,}098}{2 \cdot 0{,}94}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}052\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Zadanie 2.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 2.2. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznych **oraz** zapisanie prawidłowej wartości utraconej części z początkowej energii kinetycznej układu.

3 pkt – spełnienie pierwszego warunku za 1 pkt **oraz** poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jedynie za pomocą ilorazu odpowiednich wartości prędkości **oraz** spełnienie drugiego warunku za 1 pkt, **oraz** poprawne zapisanie związku pomiędzy odpowiednimi wartościami prędkości przed i po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{[oba warunki za 1 pkt]} \rightarrow \left(\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{v_{po}}{v_2}\right)^2 \quad \text{oraz} \quad \frac{v_{po}}{v_2} = \frac{1}{2} \right)$$

albo

$$\text{[oba warunki za 1 pkt]} \rightarrow \left(\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{8}{5}\cdot\left(\frac{v_{po}}{v_1}\right)^2 \quad \text{oraz} \quad \frac{v_{po}}{v_1} = \frac{1}{4} \right)$$

2 pkt – zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć stosunek energii kinetycznych **oraz** poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować oznaczeniem) mas kul, prędkości kul przed zderzeniem i prędkości połączonych kul po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2} \qquad \text{oraz} \qquad m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1+m_2)v_{po}$$

LUB

– spełnienie pierwszego warunku za 1 pkt, **oraz** poprawne zapisanie stosunku energii kinetycznych jedynie za pomocą ilorazu odpowiednich wartości prędkości, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{[pierwszy warunek za 1 pkt]} \rightarrow \left(\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{v_{po}}{v_2}\right)^2 \quad \text{albo} \quad \frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{8}{5}\cdot\left(\frac{v_{po}}{v_1}\right)^2 \right)$$

LUB

– spełnienie drugiego warunku za 1 pkt, **oraz** poprawne zapisanie związku pomiędzy odpowiednimi wartościami prędkości przed i po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\text{[drugi warunek za 1 pkt]} \rightarrow \left(\frac{v_{po}}{v_2} = \frac{1}{2} \quad \text{albo} \quad \frac{v_{po}}{v_1} = \frac{1}{4} \right)$$

1 pkt – zapisanie wyrażenia pozwalającego obliczyć stosunek energii kinetycznych z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować oznaczeniem) mas kul, prędkości kul przed zderzeniem i prędkości połączonych kul po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2} \qquad \text{albo} \qquad \frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{\frac{1}{2}(2m)v_{po}^2}{\frac{1}{2}m(2v_1)^2 + \frac{1}{2}mv_2^2}$$

LUB

– poprawne zapisanie zasady zachowania pędu układu z uwzględnieniem (dającym się zidentyfikować oznaczeniem) mas kul, prędkości kul przed zderzeniem i prędkości połączonych kul po zderzeniu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1+m_2)v_{po} \qquad \text{albo} \qquad m(2v_2) - mv_2 = 2mv_{po}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wyrażenie określające iloraz energii mechanicznej E_{po} układu po zderzeniu i energii mechanicznej E_{przed} układu przed zderzeniem. W analizowanym przypadku energie mechaniczne są równe energiom kinetycznym:

$$1)\ \ E_{przed} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m(2v_2)^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{5}{2}mv_2^2$$

$$2)\ \ E_{po} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{po}^2 = \frac{1}{2}2mv_{po}^2 = mv_{po}^2$$

gdzie v_{po} jest wartością prędkości połączonych kul po zderzeniu. Zatem iloraz energii mechanicznych zapiszemy jako:

$$3)\ \ \frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{mv_{po}^2}{\frac{5}{2}mv_2^2} = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{v_{po}}{v_2}\right)^2$$

Do obliczenia pozostał iloraz odpowiednich wartości prędkości. Związek pomiędzy prędkościami kul przed i po zderzeniu określimy na podstawie zasady zachowania pędu całkowitego układu. Pęd układu przed zderzeniem jest równy pędowi układu po zderzeniu:

$$4)\ \ \vec{p}_{przed} = \vec{p}_{po} \quad \rightarrow$$

$$5)\ \ m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_{po} \quad \rightarrow \quad 6)\ \ m(2v_2) - mv_2 = 2mv_{po} \quad \rightarrow$$

$$7)\ \ mv_2 = 2mv_{po} \quad \rightarrow \quad 8)\ \ \frac{v_{po}}{v_2} = \frac{1}{2}$$

Iloraz wartości prędkości wyznaczony w równaniu 8) podstawimy do wyrażenia 3):

$$9)\ \ \frac{E_{po}}{E_{przed}} = \frac{2}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

Po zderzeniu zostało 0,1 początkowej energii mechanicznej, a zatem w wyniku zderzenia układ utracił 0,9 swojej początkowej energii mechanicznej.

Zadanie 3.1. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia masy klocka C **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

3 pkt – zapisanie (lub wykorzystanie) warunku równowagi belki w pierwszym etapie doświadczenia **oraz** zapisanie (lub wykorzystanie) warunku równowagi belki w drugim etapie doświadczenia **oraz** poprawne wykorzystanie wzorów na siłę wyporu klocka A i B, np. zapisy równoważne poniższemu (lub bezpośrednio do niego prowadzące):

$$m_C = \rho_w(V_B - V_A)$$

2 pkt – zapisanie (lub wykorzystanie) warunku równowagi belki w pierwszym etapie doświadczenia **oraz** zapisanie (lub wykorzystanie) warunku równowagi belki w drugim etapie doświadczenia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{l}{2}\cdot m_A g = \frac{l}{2}\cdot m_B g \qquad \text{oraz}$$

$$\frac{l}{2}\cdot m_A g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ A} = \frac{l}{2}\cdot m_B g + \frac{l}{2}\cdot m_C g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ B}$$

albo

$$F_{wyporu\ B} - F_{wyporu A} = F_{graw\ C}$$

1 pkt – zapisanie warunku równowagi belki w pierwszym etapie doświadczenia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{l}{2}\cdot m_A g = \frac{l}{2}\cdot m_B g \qquad \text{albo} \qquad m_A = m_B$$

LUB

– zapisanie warunku równowagi belki w drugim etapie doświadczenia, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{l}{2}\cdot m_A g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ A} = \frac{l}{2}\cdot m_B g + \frac{l}{2}\cdot m_C g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ B}$$

albo

$$m_A - \rho_w V_A = m_B + m_C - \rho_w V_B$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy warunek równowagi belki <u>w pierwszym etapie</u> doświadczenia. Momenty sił działające na belkę równoważą się:

$$1)\quad \frac{l}{2}\cdot m_A g = \frac{l}{2}\cdot m_B g \qquad \rightarrow \qquad 2)\ \ m_A = m_B$$

Zapiszemy warunek równowagi belki <u>w drugim etapie</u> doświadczenia. Momenty sił działające na belkę równoważą się:

$$3)\quad \frac{l}{2}\cdot m_A g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ A} = \frac{l}{2}\cdot m_B g + \frac{l}{2}\cdot m_C g - \frac{l}{2}\cdot\ F_{wyporu\ B} \qquad \rightarrow$$

$$4)\quad \frac{l}{2}\cdot m_A g - \frac{l}{2}\cdot \rho_w V_A g = \frac{l}{2}\cdot m_B g + \frac{l}{2}\cdot m_C g - \frac{l}{2}\cdot \rho_w V_B g \qquad \rightarrow$$

5) $m_A - \rho_w V_A = m_B + m_C - \rho_w V_B$

Z warunku równowagi belki w pierwszym etapie doświadczenia (równanie 1) albo 2)) wynika, że:

6) $m_C = \rho_w (V_B - V_A) \quad \rightarrow$

7) $m_C = 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot ((4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^3 - (2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^3) = 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot (64 - 8) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 \quad \rightarrow$

$m_C = 56 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} = 56\ \mathrm{g}$

Zadanie 3.2. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PFP

Zadanie 4.1. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda ustalenia n **oraz** podanie prawidłowej odpowiedzi
LUB
– podanie prawidłowej odpowiedzi z uzasadnieniem.
1 pkt – zapisanie związku (może być równoważny opis słowny):

$$T = \frac{t_n}{n}$$

LUB
– podanie prawidłowej odpowiedzi bez żadnego uzasadnienia.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Na podstawie pomiaru czasu t_n uczniowie wyznaczyli okres drgań ciężarka T w następujący sposób:

$$T = \frac{t_n}{n} \qquad \text{zatem} \qquad n = \frac{t_n}{T} = \frac{11{,}2\ \mathrm{s}}{0{,}56\ \mathrm{s}} = 20$$

Zadanie 4.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia przyśpieszenia **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia (tzn. spełnienie warunku za 1 pkt) **oraz** zapisanie jednego wyrażenia (za pomocą symboli lub podstawionych danych), z którego można bezpośrednio obliczyć wartość przyśpieszenia ziemskiego jedynie na podstawie danych x i T uzyskanych w opisanym doświadczeniu.

1 pkt – zapisanie związku między okresem drgań ciężarka a współczynnikiem sprężystości sprężyny i masą ciężarka **oraz** zapisanie warunku równowagi siły grawitacji i siły sprężystości, gdy ciężarek zwisał nieruchomo.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy związek między okresem drgań ciężarka a współczynnikiem sprężystości sprężyny i masą ciężarka:

$$1)\quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

Zapiszemy warunek równowagi siły grawitacji i siły sprężystości, gdy ciężarek zwisał nieruchomo:

$$2)\quad mg = kx \qquad \text{zatem} \qquad 3)\quad \frac{g}{x} = \frac{k}{m}$$

Prawe strony równań 1) i 3) są takie same, zatem lewe strony tych równań są sobie równe:

$$4)\quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{x}$$

Z równania 4) obliczymy g:

$$5)\quad g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad g = \left(\frac{2\cdot 3{,}142}{0{,}56\ \mathrm{s}}\right)^2 \cdot 7{,}8\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \approx 9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Zadanie 5.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – stwierdzenie o powstaniu siły elektrodynamicznej działającej na poprzeczkę **oraz** stwierdzenie o równoważeniu się siły zewnętrznej i siły elektrodynamicznej.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Na swobodne elektrony w poruszającej się poprzeczce w polu magnetycznym (czyli de facto na elektrony poruszające się w polu magnetycznym) działa siła Lorentza wzdłuż poprzeczki. To wywołuje przepływ prądu (indukowanego) w poprzeczce. W polu magnetycznym na przewodnik z prądem (tu: poprzeczkę w której płynie prąd indukowany) działa siła elektrodynamiczna. Siła ta ma zwrot przeciwny do zwrotu siły zewnętrznej i równoważy ją – dlatego ruch porzeczki jest jednostajny.

Sposób 2.

Zgodnie z regułą Lenza prąd indukcyjny w poprzeczce płynie tak, że siła elektrodynamiczna działająca na poprzeczkę z prądem będzie równoważyć siłę zewnętrzną aby przeciwdziałać przyczynie zmiany strumienia indukcji magnetycznej.

Sposób 3.

Zgodnie z założeniem o braku oporów w ruchu poprzeczki i zasadą zachowania energii, praca (a zatem i moc) siły zewnętrznej jest równa pracy (a zatem i mocy) prądu elektrycznego płynącego w obwodzie. Z kolei praca prądu płynącego w obwodzie jest równa pracy mechanicznej przeciwko indukowanej sile elektrodynamicznej działającej na poprzeczkę. Stąd wynika, że siła zewnętrzna i indukowana siła elektrodynamiczna równoważą się – dlatego ruch porzeczki jest jednostajny.

Zadanie 5.2. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.

1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

PPP

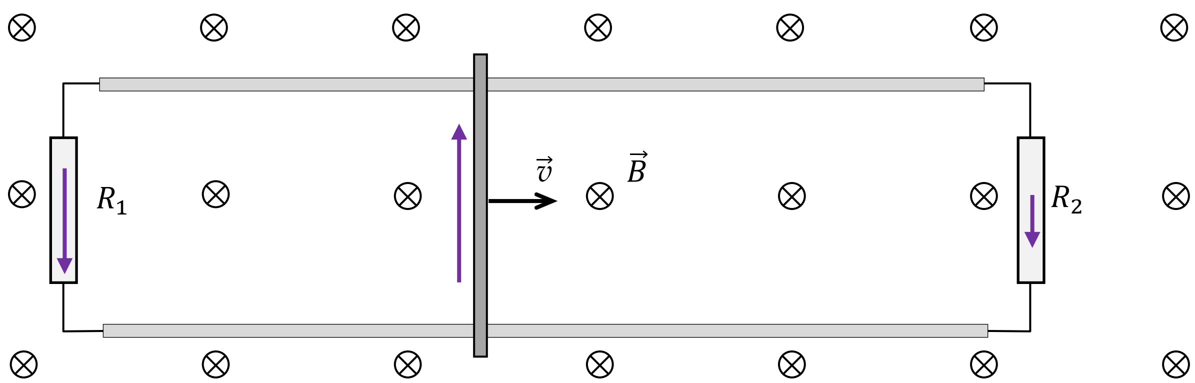
Zadanie 5.3. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne oznaczenie strzałkami (na opornikach i obok poprzeczki) zwrotu przepływu prądu przez oba oporniki **oraz** przez poprzeczkę.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie



Zadanie 5.4. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia mocy całkowitej wydzielanej w obwodzie **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zapisanie mocy całkowitej wydzielanej w obwodzie jako sumy mocy wydzielanych na oporniku R_1 i oporniku R_2 **oraz** zastosowanie związku między mocą wydzielaną na oporniku a napięciem na oporniku i oporem **oraz** zastosowanie (lub wyprowadzenie) wzoru na napięcie powstające na końcach poprzeczki poruszającej się w polu magnetycznym.

1 pkt – zapisanie mocy całkowitej wydzielanej w obwodzie jako sumy mocy wydzielanych na oporniku R_1 i oporniku R_2 **oraz** zastosowanie związku między mocą wydzielaną na oporniku a napięciem na oporniku i oporem

LUB

– zapisanie mocy całkowitej wydzielanej w obwodzie jako sumy mocy wydzielanych na oporniku R_1 i oporniku R_2 **oraz** zastosowanie (lub wyprowadzenie) wzoru na napięcie powstające na końcach poprzeczki poruszającej się w polu magnetycznym.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zgodnie z założeniami w zadaniu, moc elektryczna wydzielana w całym obwodzie jest równa sumie mocy elektrycznych wydzielanych na oporniku R_1 i oporniku R_2:

$$1)\ \ P_c = P_1 + P_2$$

Wykorzystamy związek między mocą wydzielaną na oporze a napięciem na tym oporniku i jego oporem. Napięcie na każdym z oporników jest równe napięciu indukowanemu na końcach poprzeczki. Zatem moc całkowita wydzielana w obwodzie wynosi:

$$2)\ P_c = \frac{U_{ind}^2}{R_1} + \frac{U_{ind}^2}{R_2}$$

Sposób 1. wyznaczenia napięcia indukowanego

Skorzystamy z definicji napięcia jako ilorazu pracy siły elektrycznej i ładunku. Niech F_L oznacza wartość siły Lorentza działającej na ładunek w polu magnetycznym, wtedy:

$$3a)\ U_{ind} = \frac{W_{F_L}}{q} = \frac{F_L d}{q} = \frac{qvBd}{q} = vBd \qquad \rightarrow$$

$$U_{ind} = 1{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}2\ \mathrm{T} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = 0{,}12\ \mathrm{V}$$

Sposób 2. wyznaczenia napięcia indukowanego

Napięcie indukowane obliczymy z prawa Faradaya:

$$3b)\ U_{ind} = \left|\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right| = \left|\frac{B\Delta S}{\Delta t}\right| = \left|\frac{Bd\Delta x}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}Bd\right| = vBd \quad \rightarrow \quad U_{ind} = 0{,}12\ \mathrm{V}$$

Wyrażenia (lub wartości) otrzymane w 3a) lub 3b) podstawimy do wzoru 2):

$$4)\ P_c = \frac{U_{ind}^2}{R_1} + \frac{U_{ind}^2}{R_2} = (vBd)^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$P_c = (12 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{V})^2\left(\frac{1}{3\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega}\right) = 144 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{V}^2 \cdot \frac{3}{6\ \Omega} = 72 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W} = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W}$$

Zadanie 6.1. (0–4)

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda sprawdzenia własności przemiany izotermicznej (opisana w warunku za 3 pkt) **oraz** sprawdzenie warunku dotyczącego niepewności pomiaru **oraz** zapisanie poprawnej odpowiedzi.

3 pkt – zapisanie własności przemiany izotermicznej jako $p_i V_i = \mathrm{const}$ **oraz** poprawna metoda określenie ciśnienia gazu wewnątrz cylindra, tzn. zapisanie, że $p_i = \Delta p_i + p_{at}$ **oraz** prawidłowe wyniki liczbowe dla iloczynów $p_i V_i$ (lub temperatur) w każdym pomiarze.

2 pkt – zapisanie własności przemiany izotermicznej jako $p_i V_i = \mathrm{const}$ **oraz** poprawna metoda określenie ciśnienia gazu wewnątrz cylindra, tzn. zapisanie, że $p_i = \Delta p_i + p_{at}$

1 pkt – zapisanie własności przemiany izotermicznej jako $pV = \mathrm{const}$ (lub równoważnie).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Skorzystamy z własności przemiany izotermicznej. Zgodnie z równaniem stanu gazu doskonałego mamy:

$$pV = nRT$$

Ponieważ w przemianie izotermicznej mamy stałą temperaturę oraz przemianie ulega ustalona masa gazu, to prawa strona równania jest stała:

$$pV = \mathrm{const}$$

Zatem, żeby ustalić czy przemiana jest izotermiczna należy ustalić, czy iloczyn p_iV_i ($i \in \{1,2,3,4,5\}$) jest taki sam (z uwzględnieniem niepewności pomiaru) we wszystkich pięciu pomiarach. Określimy ciśnienie p_i gazu w cylindrze w każdym i-tym pomiarze:

$$p_i = p_{at} + \Delta p_i$$

W poniższej tabeli określimy p_i, następnie obliczmy iloczyny p_iV_i dla każdego i-tego pomiaru:

Uwaga: Proporcje danej wielkości, lub równość danej wielkości są niezależne od użytych jednostek tej wielkości. Zatem w celu zbadania czy wielkość p_iV_i jest stała nie trzeba zamieniać jednostek.

Nr pomiaru	1	2	3	4	5
p_i, hPa	$1\,120$	$1\,320$	$1\,620$	$2\,220$	$3\,320$
p_iV_i, $\mathrm{hPa \cdot cm^3}$	$1\,120 \cdot 60 = 67\,200$	$1\,320 \cdot 50 = 66\,000$	$1\,620 \cdot 40 = 64\,800$	$2\,220 \cdot 30 = 66\,600$	$3\,320 \cdot 20 = 66\,400$

Sprawdzimy – zgodnie z warunkiem określonym w zadaniu – czy różnice iloczynów p_iV_i wynikają z niepewności pomiaru:

$$\frac{67\,200 - 64\,800}{64\,800} \approx 0{,}04 < 0{,}05$$

Różnice iloczynów p_iV_i wynikają tylko z niepewności pomiaru, czyli przemiana jest izotermiczna.

Zadanie 6.2. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A3

Zadanie 6.3. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia gęstości powietrza **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania z którego można bezpośrednio wyznaczyć gęstość powietrza za pomocą ciśnienia, temperatury, masy molowej i stałej gazowej (czyli skorzystanie z równania stanu gazu doskonałego, definicji masy molowej i definicji gęstości), np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(pV = nRT \quad \text{oraz} \quad \frac{\mu}{\rho} = \frac{V}{n}\right) \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}$$

albo

$$p\frac{m}{\rho} = \frac{m}{\mu}RT \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}$$

1 pkt – zapisanie równania stanu gazu doskonałego **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku miedzy masą molową a masą i liczbą moli, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(pV = nRT \quad \text{oraz} \quad \mu = \frac{m}{n}\right) \quad \text{albo} \quad pV = \frac{m}{\mu}RT$$

LUB

– zapisanie równania stanu gazu doskonałego **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku miedzy gęstością a masą i objętością, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(pV = nRT \quad \text{oraz} \quad \rho = \frac{m}{V}\right) \quad \text{albo} \quad p\frac{m}{\rho} = nRT$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy równanie stanu gazu doskonałego:

$$1)\quad pV = nRT$$

Z definicji masy molowej i gęstości wyprowadzimy związek między masą molową a gęstością:

$$2)\ \mu = \frac{m}{n} \quad \text{oraz} \quad 3)\ \rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad 4)\ \frac{\mu}{\rho} = \frac{V}{n}$$

Zależność 4) wykorzystamy w równaniu 1):

$$5)\quad pn\frac{\mu}{\rho} = nRT \quad \rightarrow \quad p\frac{\mu}{\rho} = RT \quad \rightarrow \quad 6)\ \rho = \frac{p\mu}{RT}$$

Do obliczeń wykorzystamy dane z ostatniego (piątego) pomiaru:

$$7)\quad \rho = \frac{(p_{at} + \Delta p_5)\mu}{RT_5} = \frac{3\,320 \cdot 10^2\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot 29\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}}{8{,}31\ \frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{K \cdot mol}} \cdot 295\ \mathrm{K}} \approx 3\,930\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3} = 3{,}93\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Zadanie 7.1. (0–2)

Zasady oceniania

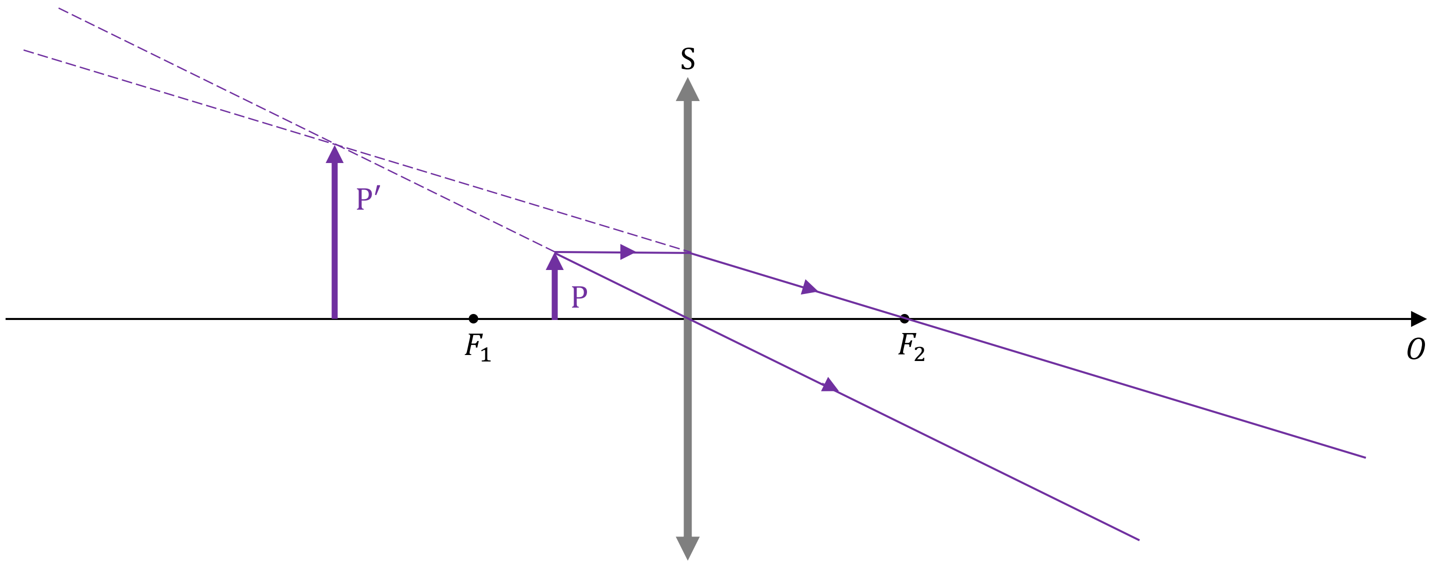
2 pkt – narysowanie przedmiotu P (o odmierzonej wysokości jak w poleceniu) ustawionego na osi optycznej pomiędzy ogniskiem a soczewką **oraz** poprawna konstrukcja powiększonego obrazu P′ przedmiotu P za pomocą promieni charakterystycznych.

1 pkt – narysowanie przedmiotu P (o odmierzonej wysokości jak w poleceniu) ustawionego na osi optycznej pomiędzy ogniskiem a soczewką.

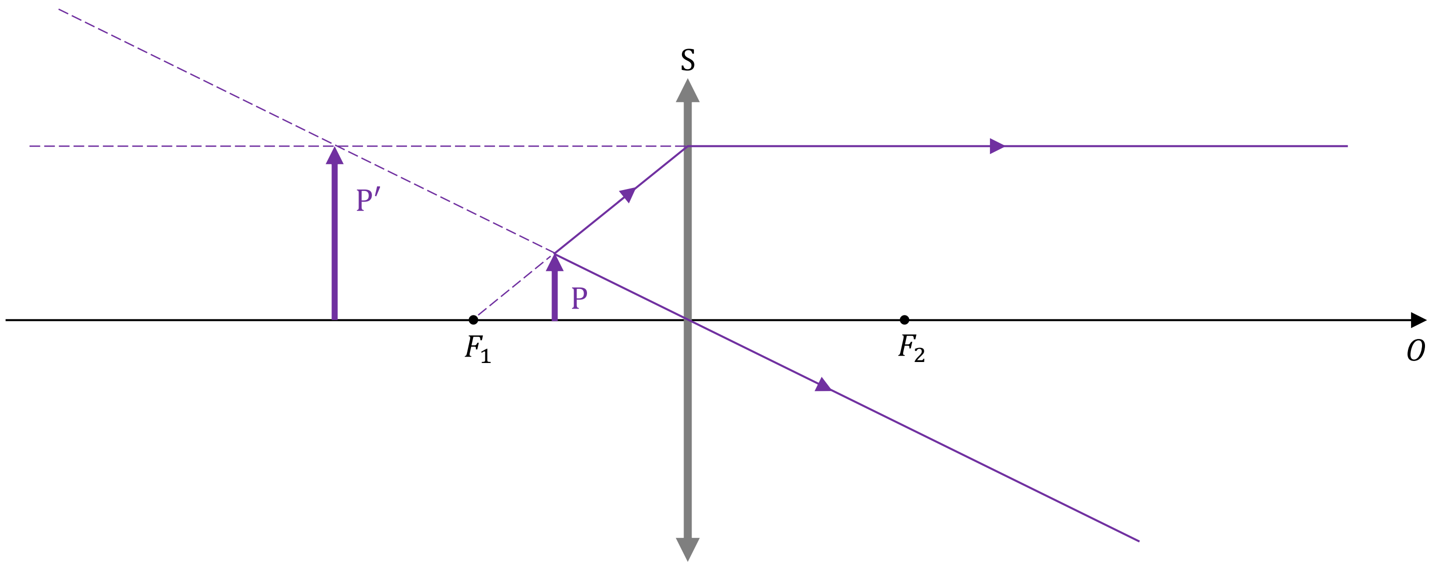
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Sposób 1.



Sposób 2.



Zadanie 7.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia ogniskowej soczewki **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zapisanie prawidłowego równania soczewki skupiającej, wytwarzającej obraz pozorny **oraz** wykorzystanie w tym równaniu związku $y = px$ **oraz** podstawienie wszystkich danych do tego równania, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad p = \frac{y}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{6\ \text{cm}} - \frac{1}{5 \cdot 6\ \text{cm}} = \frac{1}{f}$$

albo bezpośrednio:

$$\frac{1}{6\ \text{cm}} - \frac{1}{5 \cdot 6\ \text{cm}} = \frac{1}{f}$$

LUB

– zapisanie prawidłowego równania soczewki skupiającej, wytwarzającej obraz pozorny **oraz** wykorzystanie w tym równaniu związku $y = px$ **oraz** przekształcenie równania do postaci, z której można obliczyć bezpośrednio f, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad p = \frac{y}{x} \quad \rightarrow \quad f = \frac{px}{p-1}$$

LUB

– zapisanie poprawnego związku między f, x, h', h wynikającego z podobieństwa odpowiednich trójkątów w konstrukcji obrazu **oraz** wykorzystanie związku $h' = ph$, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{h'}{f} = \frac{h}{f-x} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{h'}{h} = 5$$

1 pkt – zapisanie prawidłowego równania soczewki skupiającej, wytwarzającej obraz pozorny **oraz** zapisanie powiększenia jako ilorazu y/x, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad \text{oraz} \quad p = \frac{y}{x}$$

albo w jednym równaniu:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{px} = \frac{1}{f}$$

LUB

– zapisanie poprawnego związku między f, x, h', h wynikającego z podobieństwa odpowiednich trójkątów w konstrukcji obrazu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{h'}{h} = \frac{f}{f-x}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Sposób 1.

Zapiszemy równanie soczewki skupiającej wytwarzającej obraz pozorny, uwzględnimy konwencję znaków:

$$1)\quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$$

Zapiszemy wzór na powiększenie, wykorzystamy podobieństwo odpowiednich trójkątów w konstrukcji obrazu:

$$2)\quad p = \frac{h_y}{h_x} = \frac{y}{x} \qquad \text{zatem} \qquad 3)\quad y = px$$

Zależność 3) uwzględnimy w równaniu 1):

$$4)\quad \frac{1}{x} - \frac{1}{px} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad 5)\quad \frac{1}{6\ \text{cm}} - \frac{1}{5 \cdot 6\ \text{cm}} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad 6)\quad f = 7{,}5\ \text{cm}$$

Sposób 2.

Skorzystamy z podobieństwa trójkątów (zobacz sposób 2. konstrukcji, trójkąty o wierzchołku w F_1):

$$\frac{h'}{f} = \frac{h}{f - x} \quad \rightarrow \quad \frac{h'}{h} = \frac{f}{f - x} \quad \rightarrow \quad 5 = \frac{f}{f - 6\ \text{cm}}$$

$$5f - 30\ \text{cm} = f \quad \rightarrow \quad f = 7{,}5\ \text{cm}$$

Zadanie 8.1. (0–1)

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne uporządkowanie rosnąco promieni orbit księżyców Jowisza.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

T_I < T_E < T_G < T_K

Zadanie 8.2. (0–2)

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu okresów obiegu Ganimedesa i Io **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

1 pkt – poprawne zapisanie równania III prawa Keplera dla ruchu orbitalnego Ganimedesa **oraz** Io dookoła Jowisza (za pomocą symboli użytych w treści zadania albo liczb i symboli albo innych oznaczeń jednoznacznie opisanych w rozwiązaniu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Wykorzystamy III prawo Keplera dla ruchu orbitalnego Ganimedesa oraz Io dookoła Jowisza:

$$\frac{T_G^2}{r_G^3} = \frac{T_I^2}{r_I^3} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{r_G}{r_I}\right)^3 = \left(\frac{T_G}{T_I}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \frac{T_G}{T_I} = \left(\frac{r_G}{r_I}\right)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{\left(\frac{r_G}{r_I}\right)^3}$$

$$\frac{T_G}{T_I} = \sqrt{\left(\frac{r_G}{r_I}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{r_G}{r_E}\cdot\frac{r_E}{r_I}\right)^3} \approx \left(\sqrt{1{,}59\cdot 1{,}59}\right)^3 = 1{,}59^3 \approx 4{,}0$$

Poniżej podajemy do wiadomości okresy i promienie orbit księżyców Jowisza wymienionych w zadaniu:

$T_I = 1{,}769$ d	$T_E = 3{,}551$ d	$T_G = 7{,}155$ d	$T_K = 16{,}689$ d
$r_I = 421\,800$ km	$r_E = 671\,100$ km	$r_G = 1\,070\,000$ km	$r_K = 1\,883\,000$ km

Zadanie 8.3. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy Jowisza (np. jak w krokach 1.–3.) **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – doprowadzenie do jednego wyrażenia, z którego można bezpośrednio obliczyć masę Jowisza jedynie na podstawie stałych oraz promienia orbity r_E i okresu T_E (np. zapisanie wyrażenia jak w kroku 2.)
LUB
– zapisanie (od razu bez wyprowadzenia) III prawa Keplera łącznie z poprawnie określoną stałą: $\frac{T_E^2}{r_E^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ **oraz** zidentyfikowanie wielkości w tym wzorze (np. poprzez użycie odpowiednich symboli z indeksami lub opis użytych symboli lub podstawienie wartości liczbowych).

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na księżyc Europa jako siłę dośrodkową, z uwzględnieniem wzorów na te siły (np. jak w kroku 1. w sposobie 1.)
LUB
– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną, łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu (np. jak w kroku 1. w sposobie 2.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Krok 1. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_E \frac{v_E^2}{r_E} = \frac{G m_E M}{r_E^2}$$

Krok 2. Wyprowadzimy wyrażenie pozwalające na bezpośrednie obliczenie masy Jowisza z parametrów ruchu orbitalnego księżyca. W tym celu do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_E = \frac{2\pi r_E}{T_E}$.

$$m_E \frac{\left(\frac{2\pi r_E}{T_E}\right)^2}{r_E} = \frac{G m_E M}{r_E^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r_E}{T_E^2} = \frac{GM}{r_E^2} \quad \rightarrow \quad M = \frac{4\pi^2}{G}\frac{r_E^3}{T_E^2}$$

Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy parametry ruchu orbitalnego Europy:

$$r_E \approx 6{,}711 \cdot 10^5 \ \text{km} \qquad T_E \approx 3{,}551 \ \text{dób ziemskich}$$

Zatem

$$M = \frac{4 \cdot (3{,}142)^2}{6{,}674 \cdot 10^{-11} \ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}} \cdot \frac{(6{,}711 \cdot 10^5 \ \text{km})^3}{(3{,}551 \ \text{dób})^2}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia, przy czym kilometry wyrazimy w metrach, a dobę wyrazimy sekundach.

$$M = \frac{4 \cdot (3{,}142)^2}{6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}} \cdot \frac{(6{,}711 \cdot 10^8\ \mathrm{m})^3}{(3{,}551 \cdot 2{,}4 \cdot 10^1 \cdot 3{,}6 \cdot 10^3\ \mathrm{s})^2} \approx 1{,}899848 \ldots \cdot 10^{27}\ \mathrm{kg}$$

$$M \approx 1{,}90 \cdot 10^{27}\ \mathrm{kg}$$

Sposób 2.

Krok 1. Skorzystamy ze wzoru na prędkość w ruchu po orbicie kołowej oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v_E = \sqrt{\frac{GM}{r_E}} \qquad v_E = \frac{2\pi r_E}{T_E}$$

Krok 2. Z powyższych równań wyprowadzamy wzór pozwalający na obliczenie masy Jowisza z parametrów ruchu orbitalnego księżyca Europa:

$$\frac{2\pi r_E}{T_E} = \sqrt{\frac{GM}{r_E}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 r_E^2}{T_E^2} = \frac{GM}{r_E} \quad \rightarrow \quad M = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r_E^3}{T_E^2}$$

Krok 3. Wykonujemy obliczenia (patrz krok 3. w sposobie 1.).

Zadanie 9.1. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na energię kinetyczną, jaką uzyskał atom w wyniku odrzutu **oraz** podanie prawidłowej postaci tego wzoru.

2 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom–foton **oraz** wyrażenie energii kinetycznej atomu poprzez pęd atomu (bezpośrednio albo pośrednio poprzez prędkość i związek prędkości z pędem) **oraz** wyrażenie energii fotonu za pomocą pędu fotonu.

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom–foton
LUB
– wyrażenie energii kinetycznej atomu poprzez pęd atomu (bezpośrednio albo pośrednio poprzez prędkość i związek prędkości z pędem) **oraz** wyrażenie energii fotonu za pomocą pędu fotonu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Zastosujemy zasadę zachowania pędu: pęd układu atom–foton jest taki sam przed i po emisji fotonu i ponadto wynosi zero (atom i foton po emisji poruszają się w przeciwne strony, a ponadto mają te same wartości pędu):

$$1a)\quad p_{at} - p_{fot} = 0 \qquad \rightarrow \qquad 1b)\quad p_{at} = p_{fot}$$

Energię kinetyczną atomu i energię fotonu wyrazimy za pomocą ich pędów:

$$2)\quad E_{kin\,at} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}} \qquad\qquad 3)\quad E_{fot} = p_{fot}c$$

W równaniu 2) uwzględnimy równanie 1b) a następnie równanie 3):

$$4)\quad E_{kin\,at} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}} = \frac{p_{fot}^2}{2m_{at}} = \frac{\left(\frac{E_{fot}}{c}\right)^2}{2m_{at}} = \frac{E_{fot}^2}{2m_{at}c^2}$$

Zadanie 9.2. (0–3)

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości odrzutu atomu **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – zapisanie/wykorzystanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom–foton **oraz** wyrażenie pędu atomu za pomocą jego prędkości **oraz** wyrażenie pędu fotonu za pomocą jego energii **oraz** zapisanie/wykorzystanie zasady zachowania energii układu atom–foton, np. zapisy równoważne poniższym:

$p_{at} = p_{fot}$ oraz $p_{at} = m_{at}v_{at}$ oraz $p_{fot} = \frac{E_{fot}}{c}$ oraz $E_{fot} = E_2 - E_1$

albo jeden zapis

$$v_{at} = \frac{E_2 - E_1}{m_{at}c}$$

1 pkt – zapisanie/wykorzystanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom–foton **oraz** wyrażenie pędu atomu za pomocą jego prędkości, np. zapisy równoważne poniższym:

$p_{at} = p_{fot}$ oraz $p_{at} = m_{at}v_{at}$

albo jeden zapis

$$v_{at} = \frac{p_{fot}}{m_{at}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy zasadę zachowania pędu układu atom–foton oraz wzory na pęd dla atomu i fotonu:

$$1)\ p_{at} = p_{fot} \quad \text{oraz} \quad 2)\ p_{at} = m_{at}v_{at} \quad \text{oraz} \quad 3)\ p_{fot} = \frac{E_{fot}}{c} \quad \rightarrow$$

$$4)\ v_{at} = \frac{E_{fot}}{m_{at}c}$$

Energię fotonu wyznaczymy z zasady zachowania energii układu atom–foton. Energia układu przed emisją fotonu jest równa energii układu po emisji fotonu. Przed emisją fotonu atom znajdował się w stanie energetycznym $n = 2$, po emisji atom znajdował się w stanie energetycznym $n = 1$, ponadto atom został odrzucony i powstał emitowany foton:

$$5)\ E_{przed} = E_{po} \quad \rightarrow \quad 6)\ E_2 = E_1 + E_{kin\,at} + E_{fot}$$

Zgodnie z założeniem pomijamy energię kinetyczną jaką uzyskał atom w wyniku odrzutu, więc:

$$7)\ E_{fot} = E_2 - E_1$$

Zależność 7) podstawimy do wzoru 4):

$$8)\ v_{at} = \frac{E_2 - E_1}{m_{at}c}$$

$$v_{at} = \frac{13{,}606\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1{,}6735 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot 2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 3{,}2588 \ldots \cdot 10^{0}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 3{,}26\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 10.1. (0–2)

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
PFP

Zadanie 10.2. (0–1)

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zapisanie równania reakcji: uwzględnienie właściwych liczb atomowych **oraz** masowych.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

$$ {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} $$

Zadanie 10.3. (0–3)

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia łącznej energii kinetycznej produktów reakcji jądrowej **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii z uwzględnieniem energii kinetycznej i energii spoczynkowej substratów i produktów reakcji **oraz** zastosowanie wzoru Einsteina na energie spoczynkowe **oraz** zastosowanie związku $E_{kin\,p} = eU$ między energię kinetyczną protonu a pracą siły elektrycznej, np. zapisy równoważne poniższym:

$$eU + m_{\mathrm{p}}c^2 + m_{\mathrm{Li}}c^2 = 2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} + 2 \cdot m_{\mathrm{He}}c^2$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii kinetycznej i energii spoczynkowej substratów reakcji, energii kinetycznej i energii spoczynkowej produktów reakcji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$$

albo

$$E_{kin\,\mathrm{p}} + E_{0\,\mathrm{p}} + E_{kin\,\mathrm{Li}} = 2 \cdot (E_{kin\,\mathrm{He}} + E_{0\,\mathrm{He}})$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa (dotycząca usterki w zapisie zasady zachowania energii)
Zdający otrzymuje 1 pkt gdy w równaniu zasady zachowania energii uwzględni energie spoczynkowe substratów i produktów reakcji **oraz** zastosuje dla nich wzór Einsteina na energie spoczynkowe **oraz** uwzględni energię kinetyczną produktów reakcji **oraz** nie uwzględni energii kinetycznej protonu (tzn. w warunku za 2 pkt pominie energię kinetyczną protonu).

Przykładowe pełne rozwiązania
Zastosujemy zasadę zachowania energii. Energia całkowita układu przed reakcją jest równa energii całkowitej układu po reakcji:

$$E_{kin\,przed} + E_{0\,przed} = E_{kin\,po} + E_{0\,po}$$

Uwzględnimy fakt, że energia całkowita układu jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek biorących udział w reakcji:

$$E_{kin\,\mathrm{p}} + E_{0\,\mathrm{p}} + E_{kin\,\mathrm{Li}} + E_{0\,\mathrm{Li}} = 2 \cdot (E_{kin\,\mathrm{He}} + E_{0\,\mathrm{He}})$$

Wykorzystamy dalej: (1) związek między przyrostem energii kinetycznej protonu a pracą siły elektrycznej działającej na proton oraz fakt, że jądro litu spoczywa oraz wykorzystamy związek między masą a energia spoczynkową (wzór Einsteina):

$$eU + m_{\mathrm{p}}c^2 + 0 + m_{\mathrm{Li}}c^2 = 2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} + 2 \cdot m_{\mathrm{He}}c^2 \quad \rightarrow$$

$$2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} = eU + (m_{\mathrm{p}} + m_{\mathrm{Li}} - 2 \cdot m_{\mathrm{He}})c^2 \quad \rightarrow$$

$$2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} = 270\ \mathrm{keV} + (1{,}007276\ \mathrm{u} + 7{,}014357\ \mathrm{u} - 2 \cdot 4{,}001506\ \mathrm{u}) \cdot c^2 \quad \rightarrow$$

$$2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} = 270\ \mathrm{keV} + (1{,}007276 + 7{,}014357 - 2 \cdot 4{,}001506) \cdot \mathrm{u} \cdot c^2 \quad \rightarrow$$

$$2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} = 0{,}270\ \mathrm{MeV} + 0{,}018621 \cdot 931{,}49\ \mathrm{MeV} \approx 0{,}270\ \mathrm{MeV} + 17{,}345\ \mathrm{MeV}$$

$$2 \cdot E_{kin\,\mathrm{He}} \approx 17{,}615\ \mathrm{MeV} \approx 17{,}62\ \mathrm{MeV}$$