

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2018 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| ☐ | dostosowania
kryteriów oceniania |
| ☐ | nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę |

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi
w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ☒ pola do tego
przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ☒ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń
w rozwiązywaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to
rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub
atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz
kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL
i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-182

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dane są liczby: $a = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$, $b = \frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$, $c = \sqrt[4]{8}$, $d = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ oraz $k = 2^{-\frac{1}{4}}$. Prawdziwa jest równość

- A. $k = a$ B. $k = b$ C. $k = c$ D. $k = d$

Zadanie 2. (0–1)

Równanie $||x| - 2| = |x| + 2$

- A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
D. ma dokładnie cztery rozwiązania.

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $2 \log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$ jest równa

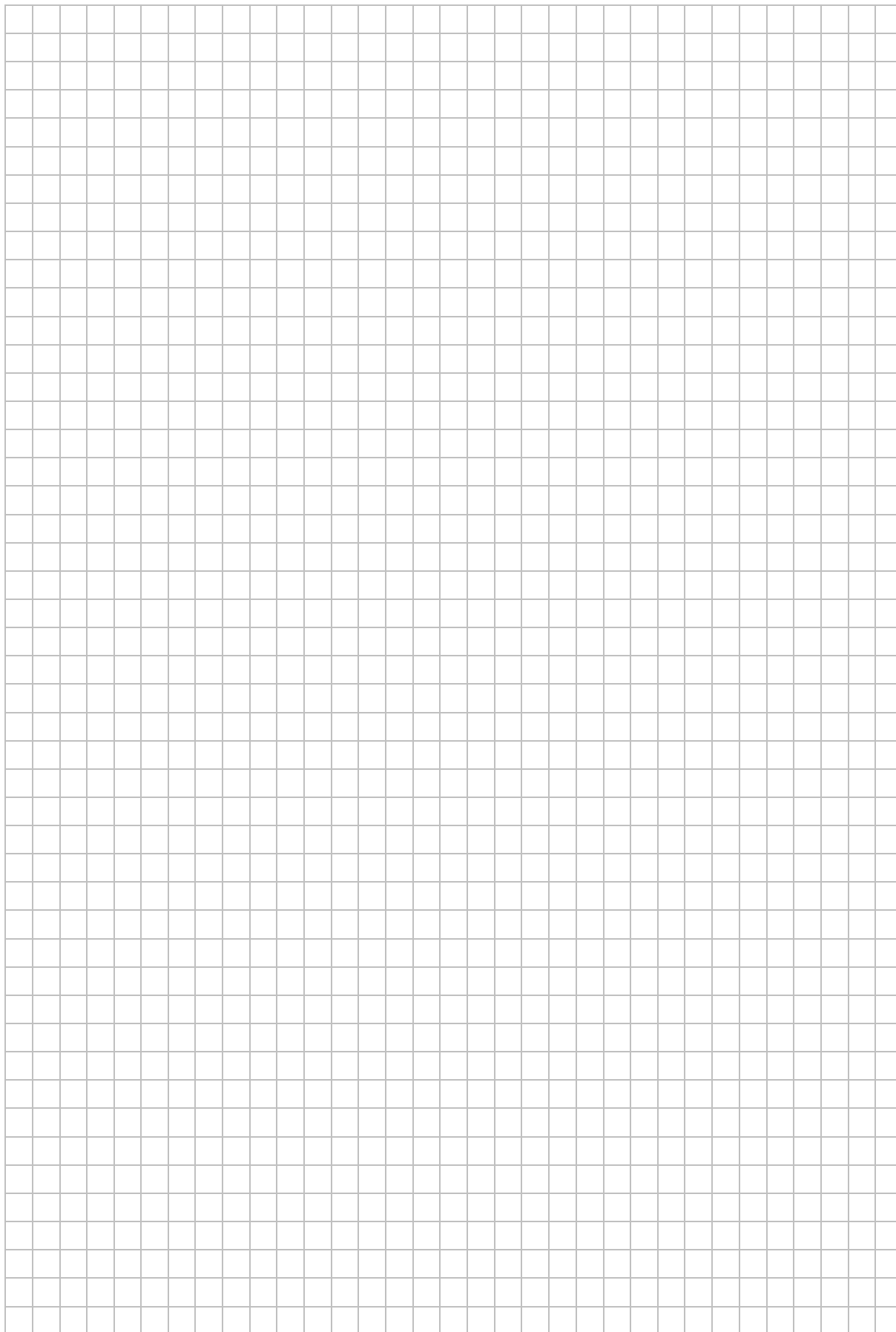
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 4. (0–1)

Granica $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x+2}{x^2-5x+6}$ jest równa

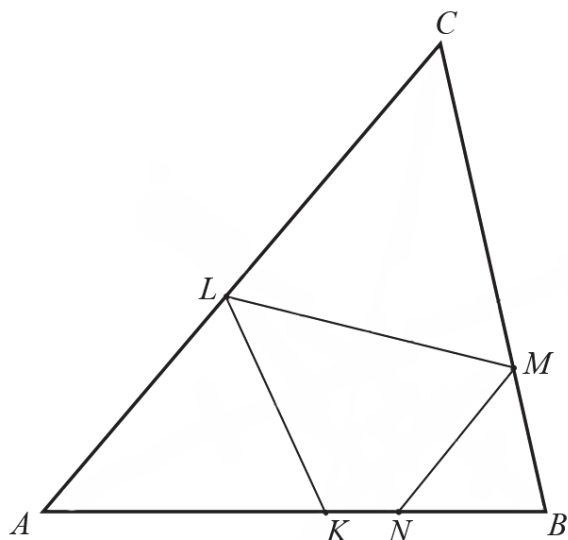
- A. $-\infty$ B. -1 C. 0 D. $+\infty$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

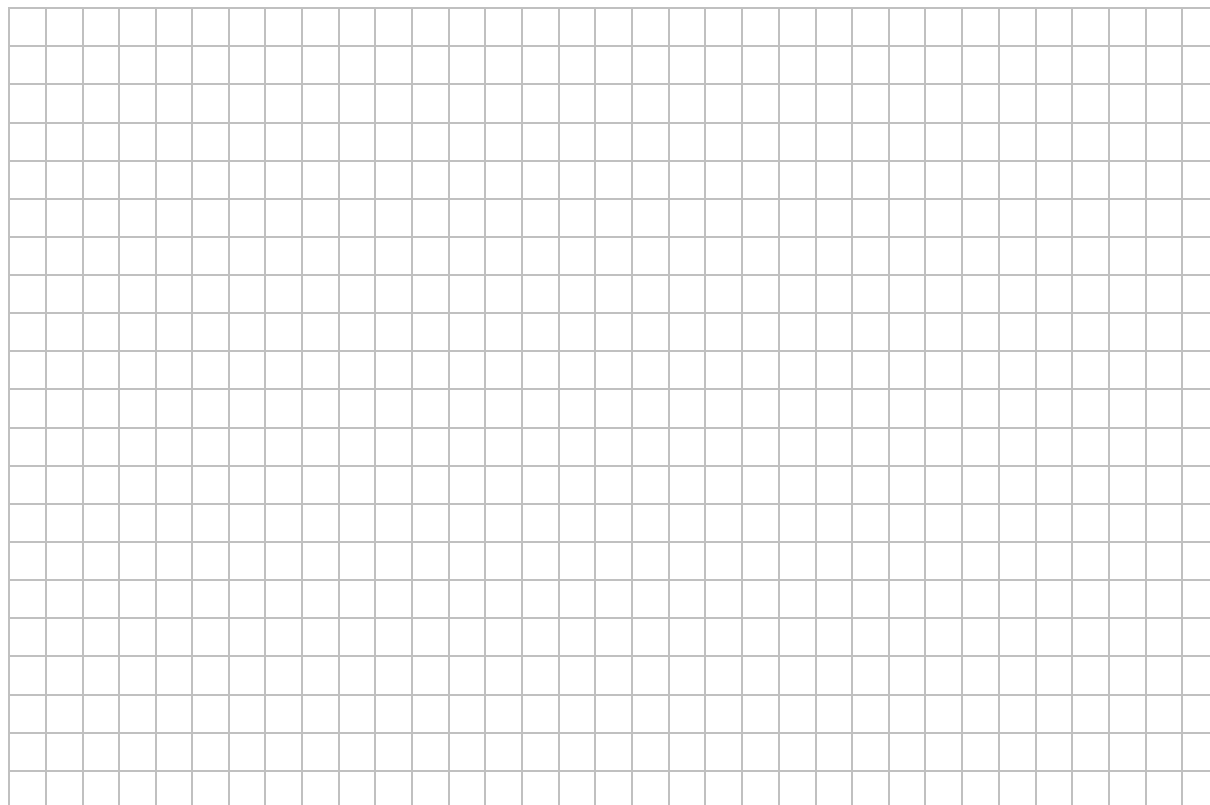


Zadanie 7. (0–3)

Trójkąt ABC jest ostrokątny oraz $|AC| > |BC|$. Dwusieczna d_C kąta ACB przecina bok AB w punkcie K . Punkt L jest obrazem punktu K w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_A kąta BAC , punkt M jest obrazem punktu L w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_C kąta ACB , a punkt N jest obrazem punktu M w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_B kąta ABC (zobacz rysunek).



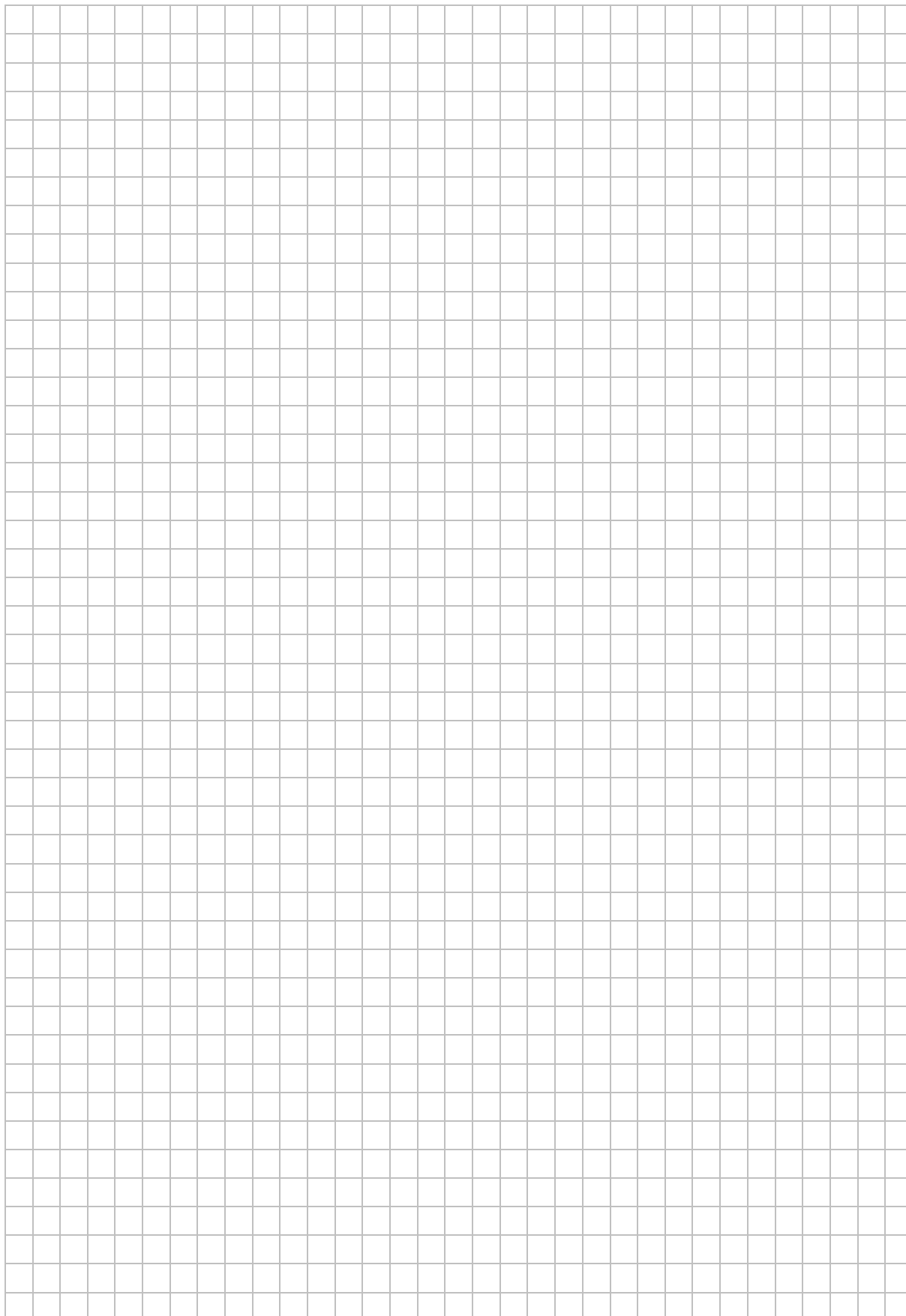
Udowodnij, że na czworokącie $KNML$ można opisać okrąg.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

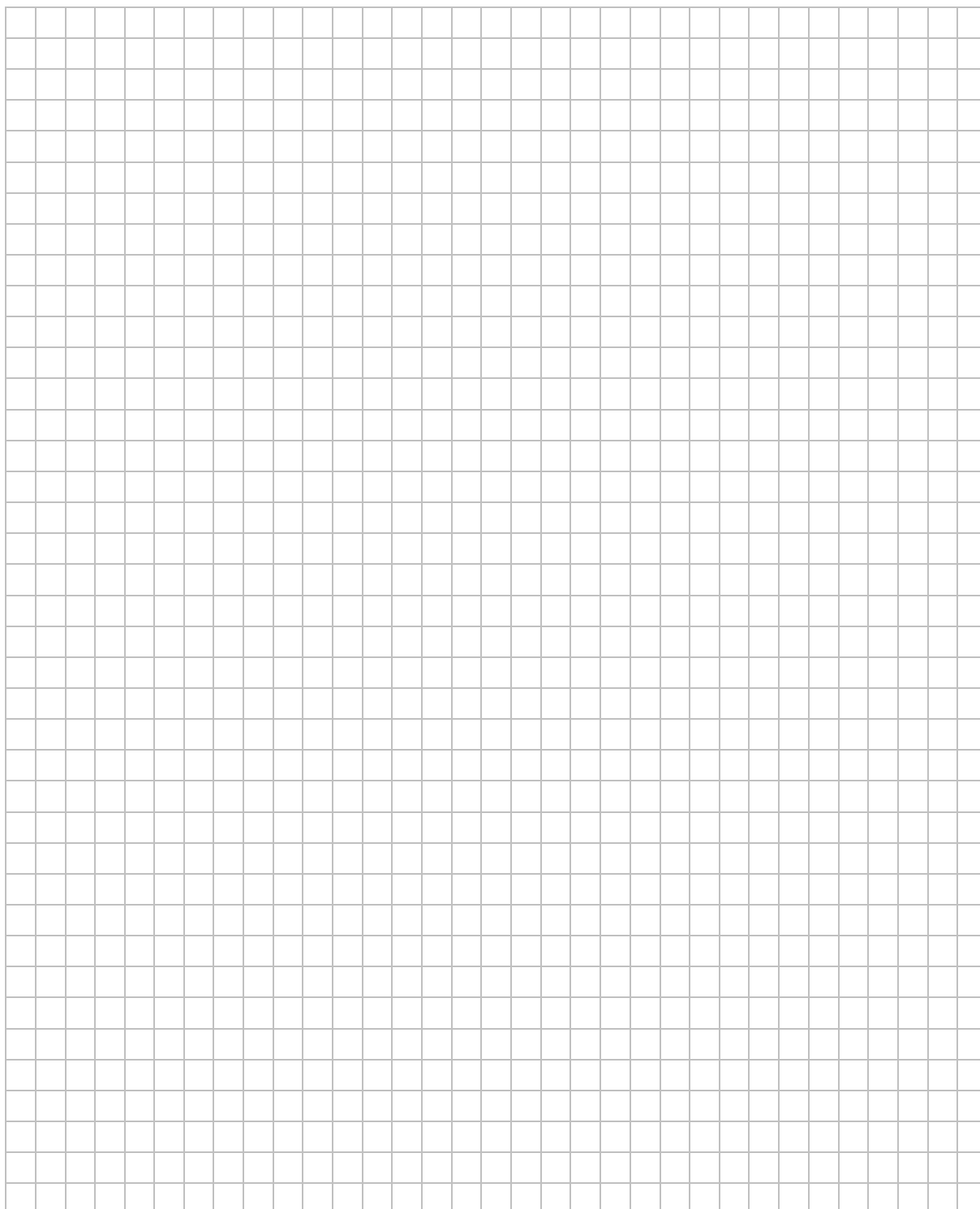
Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i dla każdej liczby całkowitej m liczba $k^3m - km^3$ jest podzielna przez 6.



Zadanie 9. (0–4)

Z liczb ośmioelementowego zbioru $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ tworzymy ośmiowyrazowy ciąg, którego wyrazy się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie liczby parzyste nie są sąsiednimi wyrazami utworzonego ciągu. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

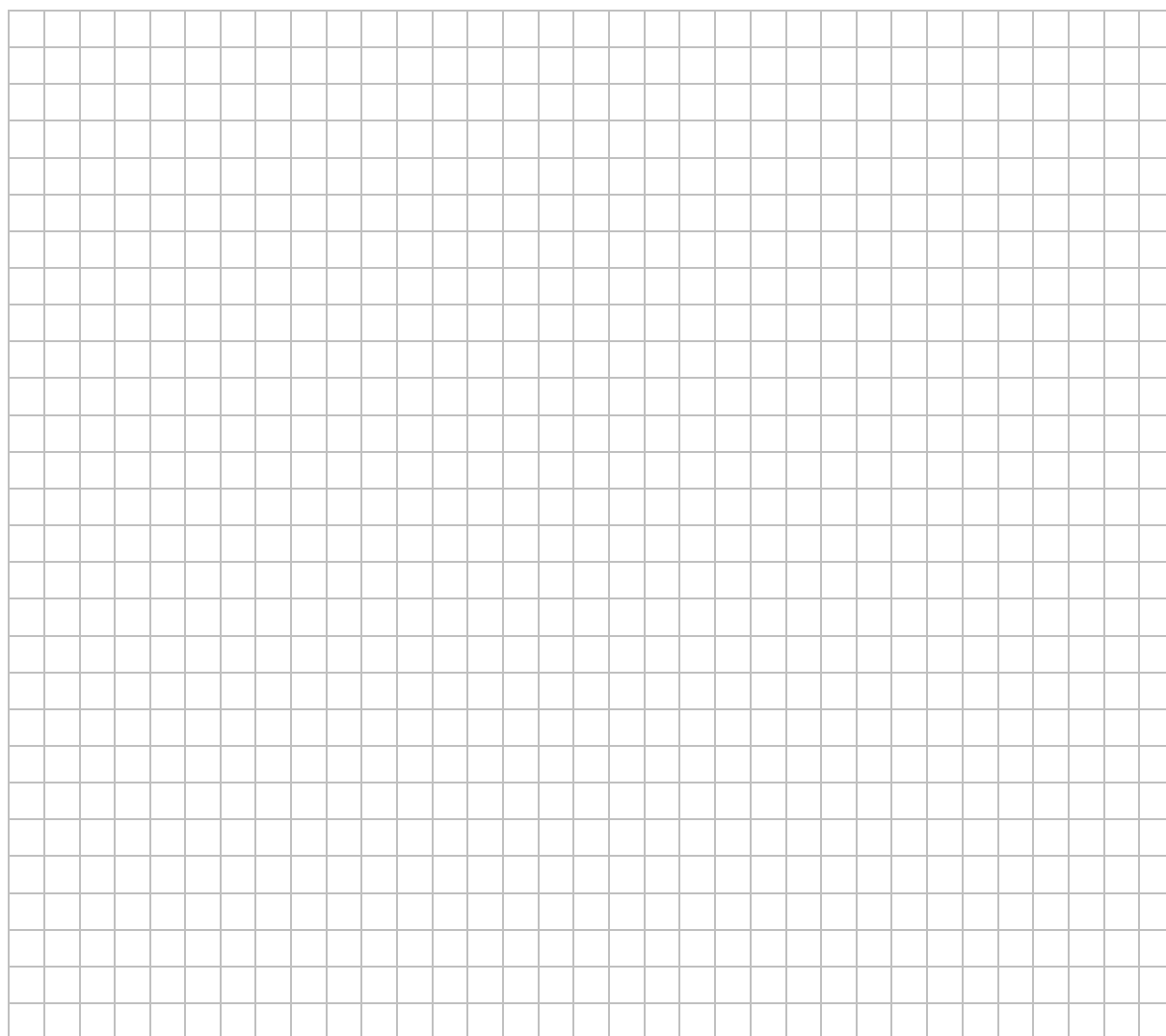
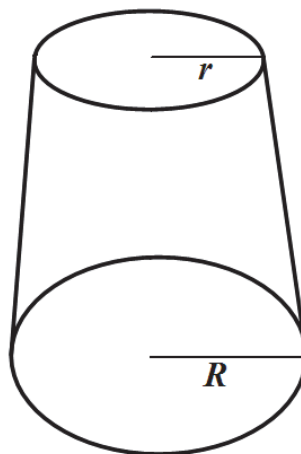


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

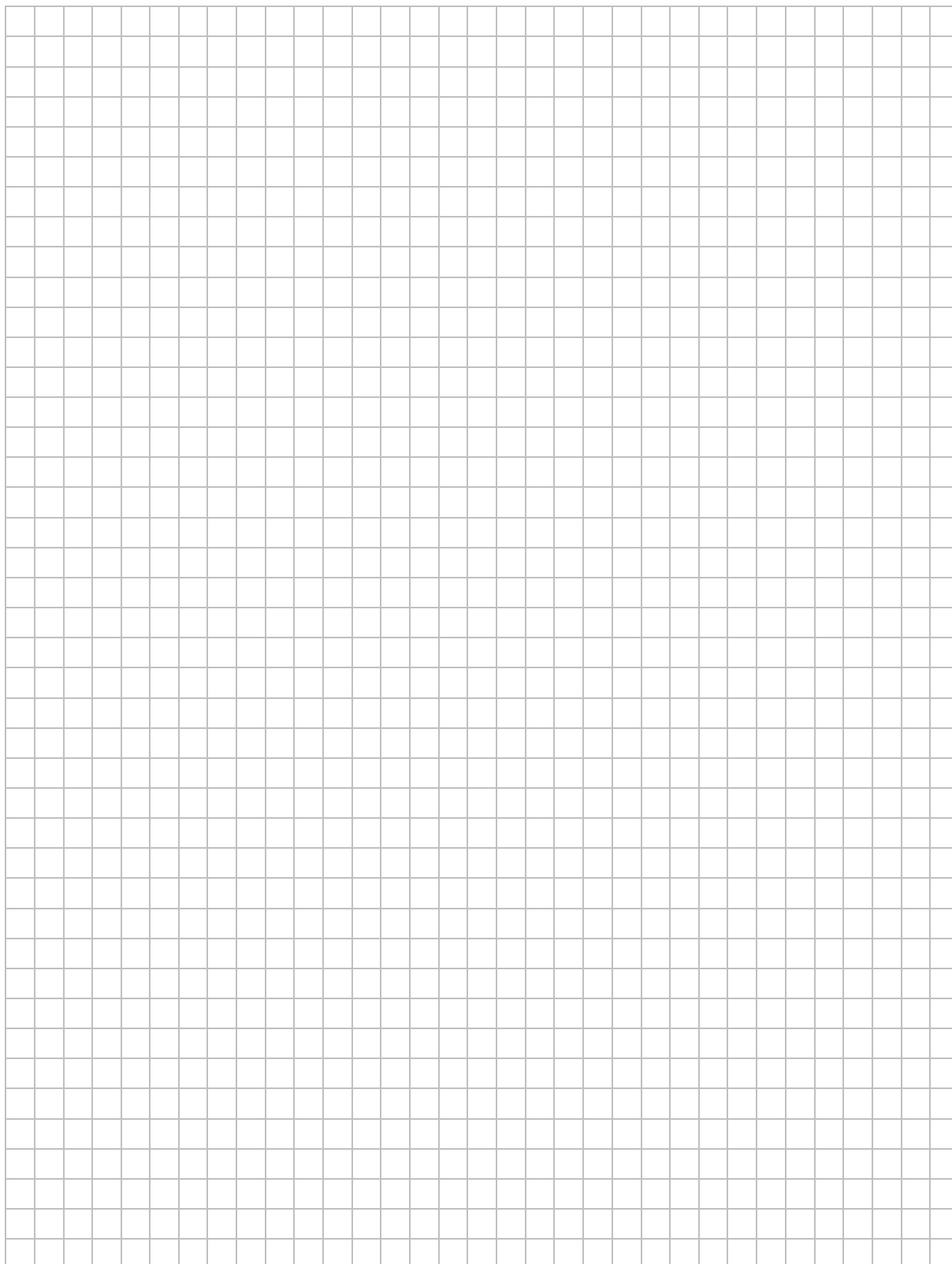
Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru $V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + rR + R^2)$, gdzie r i R są promieniami podstaw ($r < R$), a H jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość 840π , a $r = 6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 6x + \cos 3x = 2 \sin 3x + 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

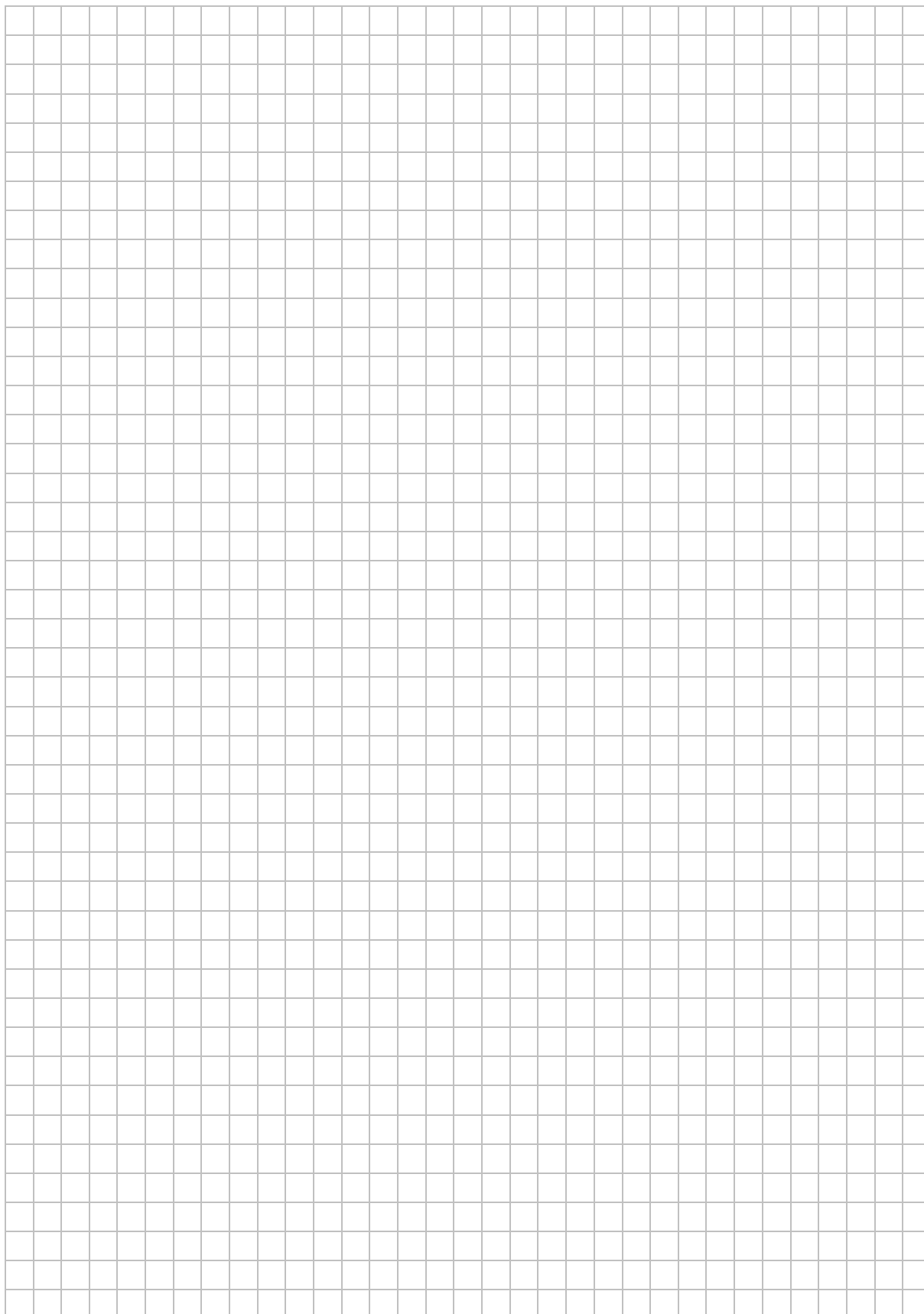


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -7x_1x_2$.



Odpowiedź:

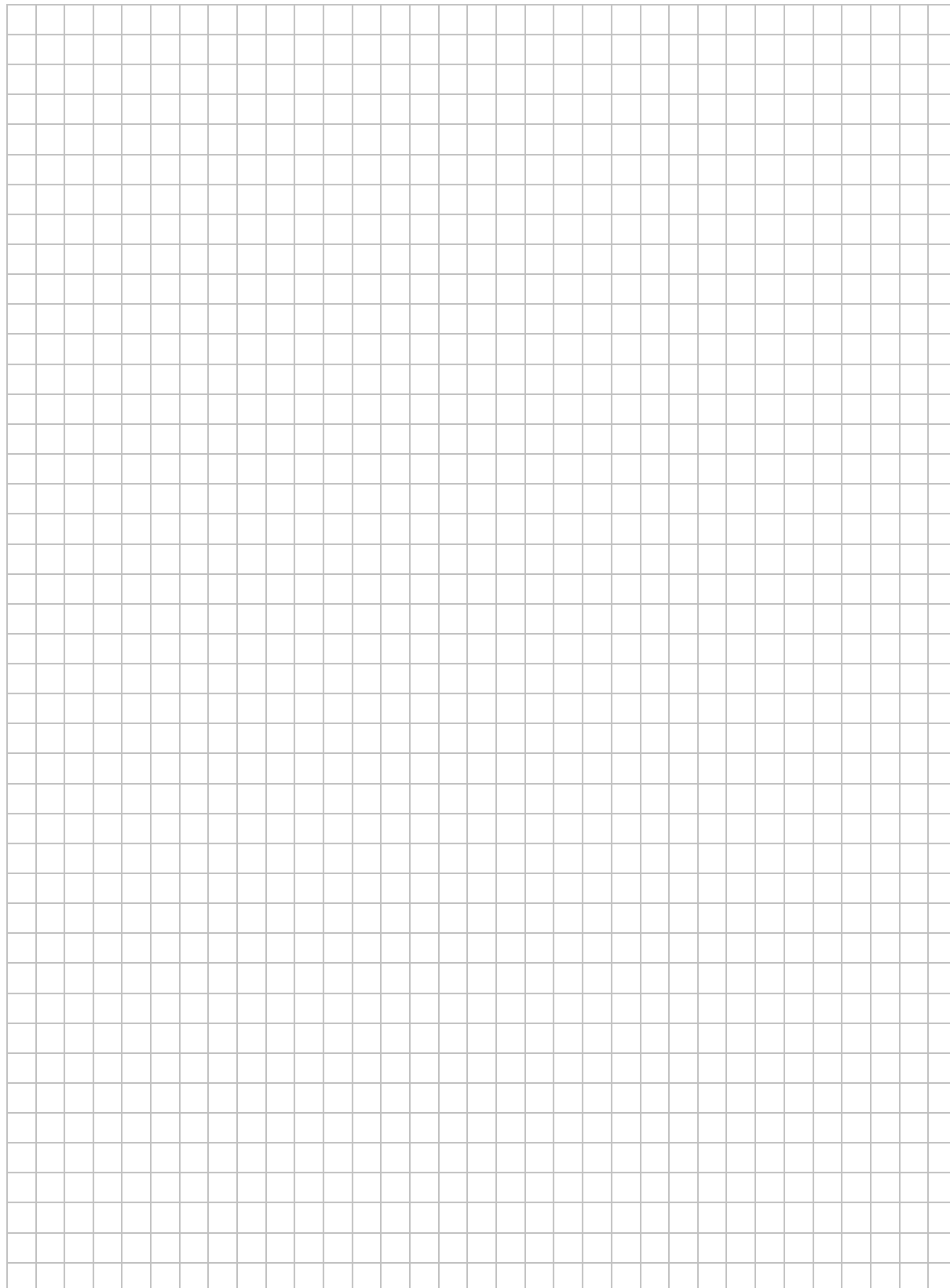
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

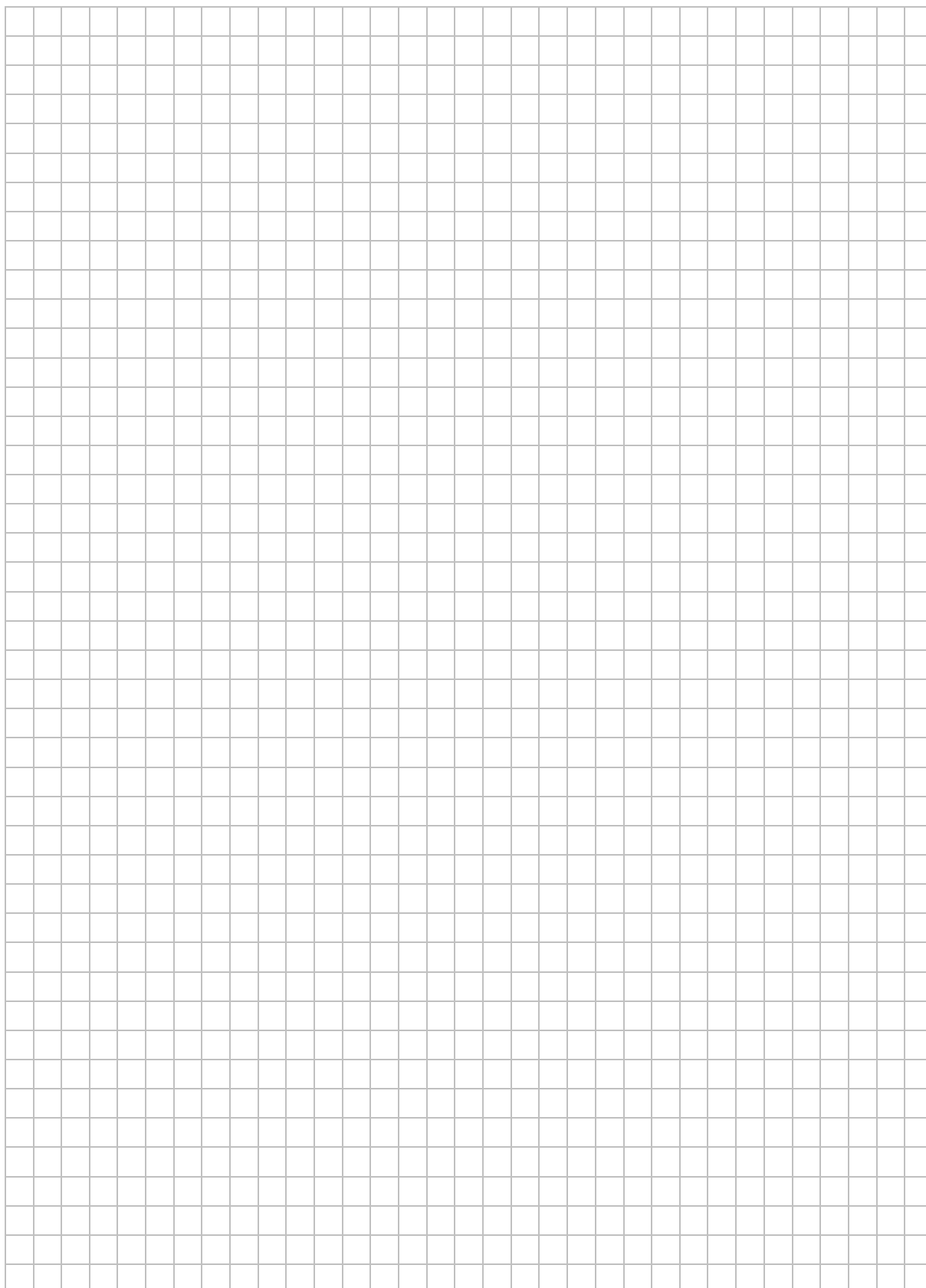
Zadanie 13. (0–4)

Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę n początkowych wyrazów tego ciągu, których suma S_n jest równa 32769.



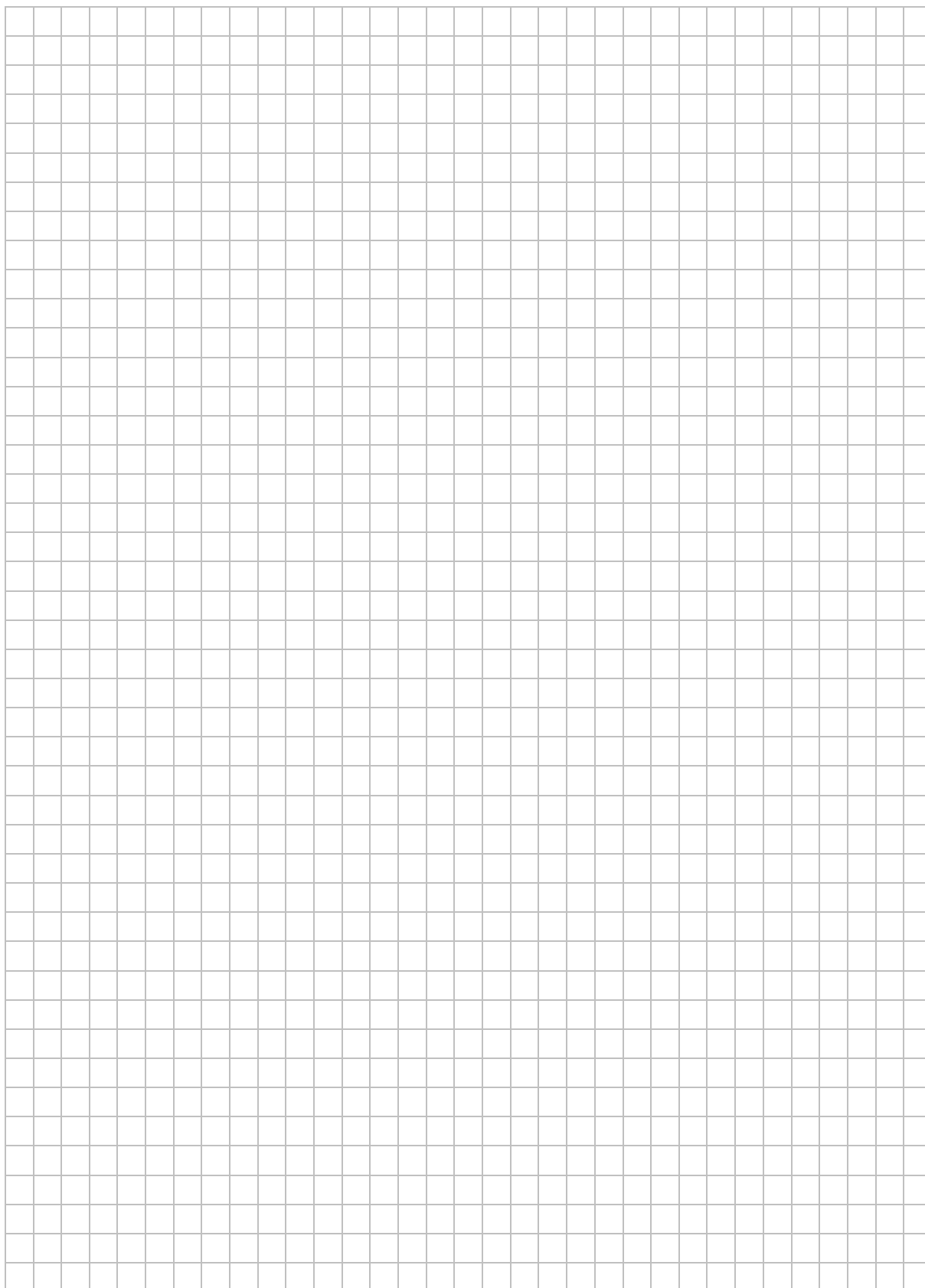


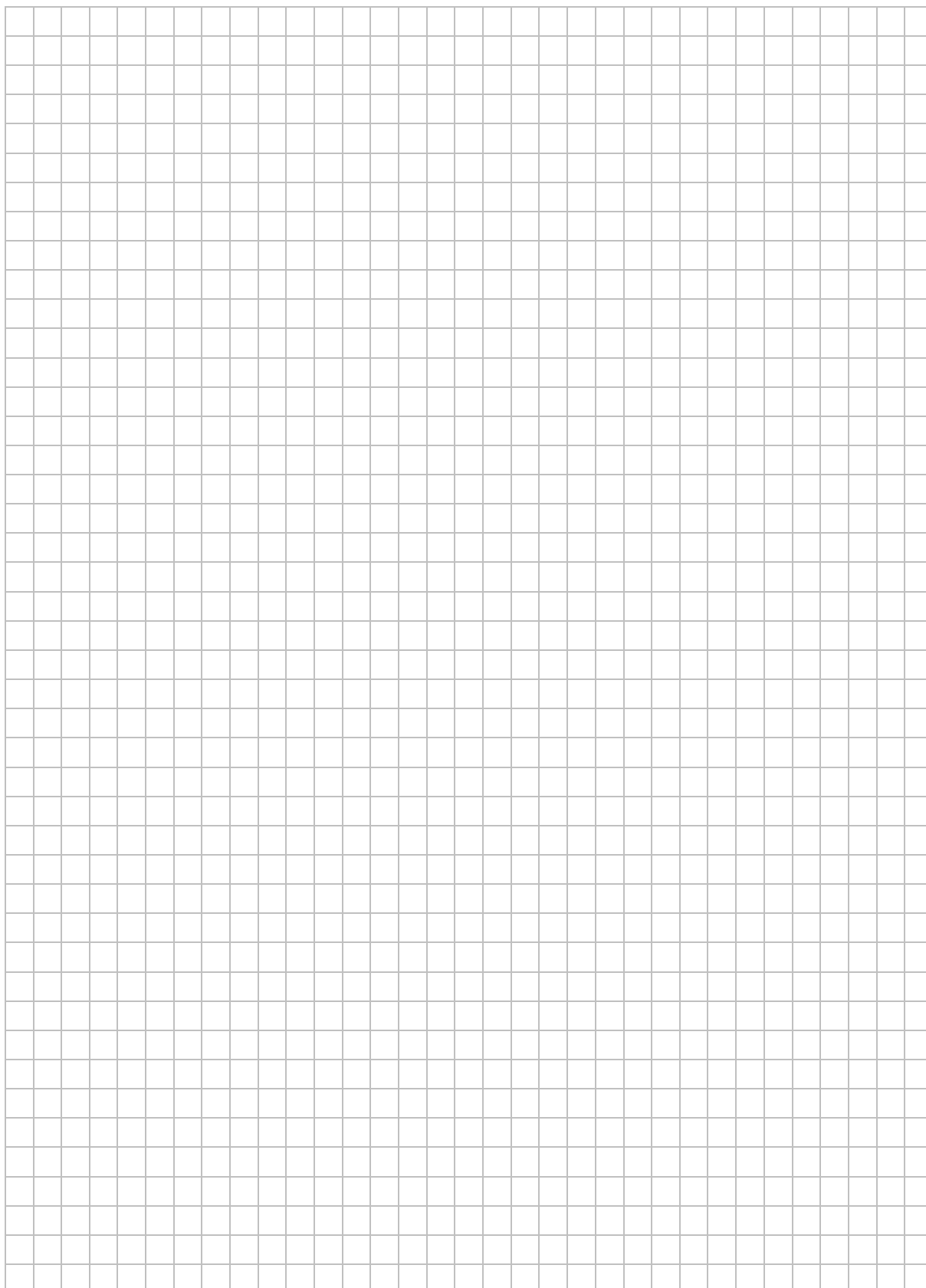
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Punkt $A = (7, -1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Obie współrzędne wierzchołka C są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt ABC ma równanie $x^2 + y^2 = 10$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.





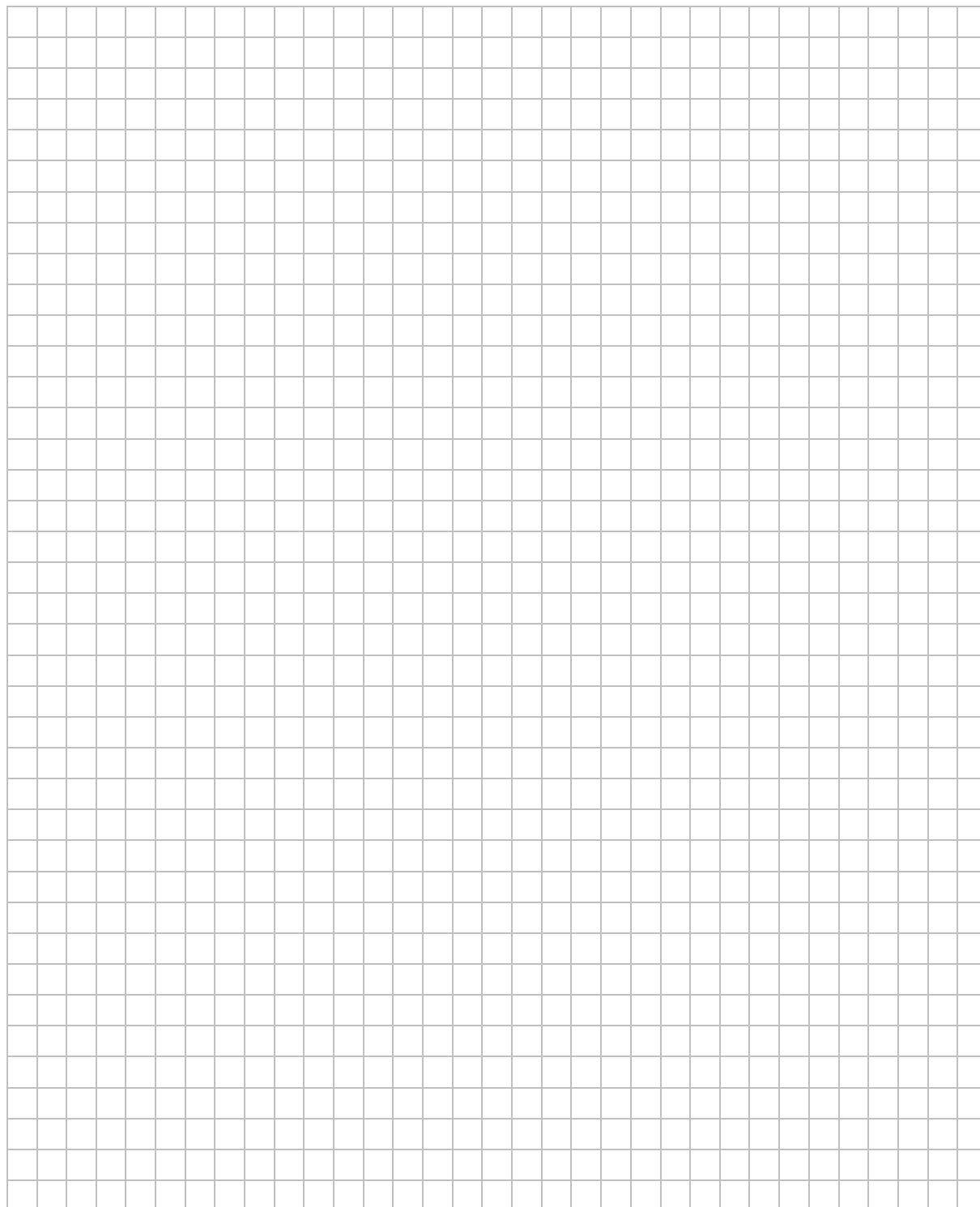
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

- a) Wyznacz wszystkie wartości a , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- b) Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$.
- c) Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.



Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)