

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD			PESEL											

*miejsce
na naklejkę*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2016 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ☐ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ☒ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 6. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-162

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

W rozwinięciu wyrażenia $(2\sqrt{3}x + 4y)^3$ współczynnik przy iloczynie xy^2 jest równy

- A. $32\sqrt{3}$ B. 48 C. $96\sqrt{3}$ D. 144

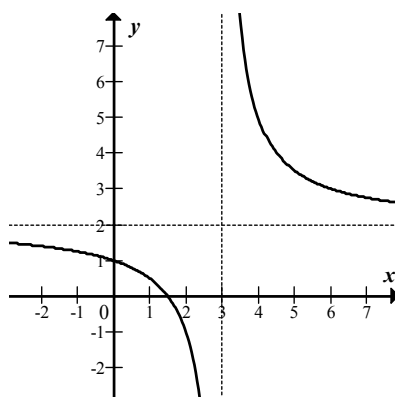
Zadanie 2. (0–1)

Wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego

- A. 4 B. -2 C. 2 D. -4

Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.



Równanie $|f(x)| = p$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie

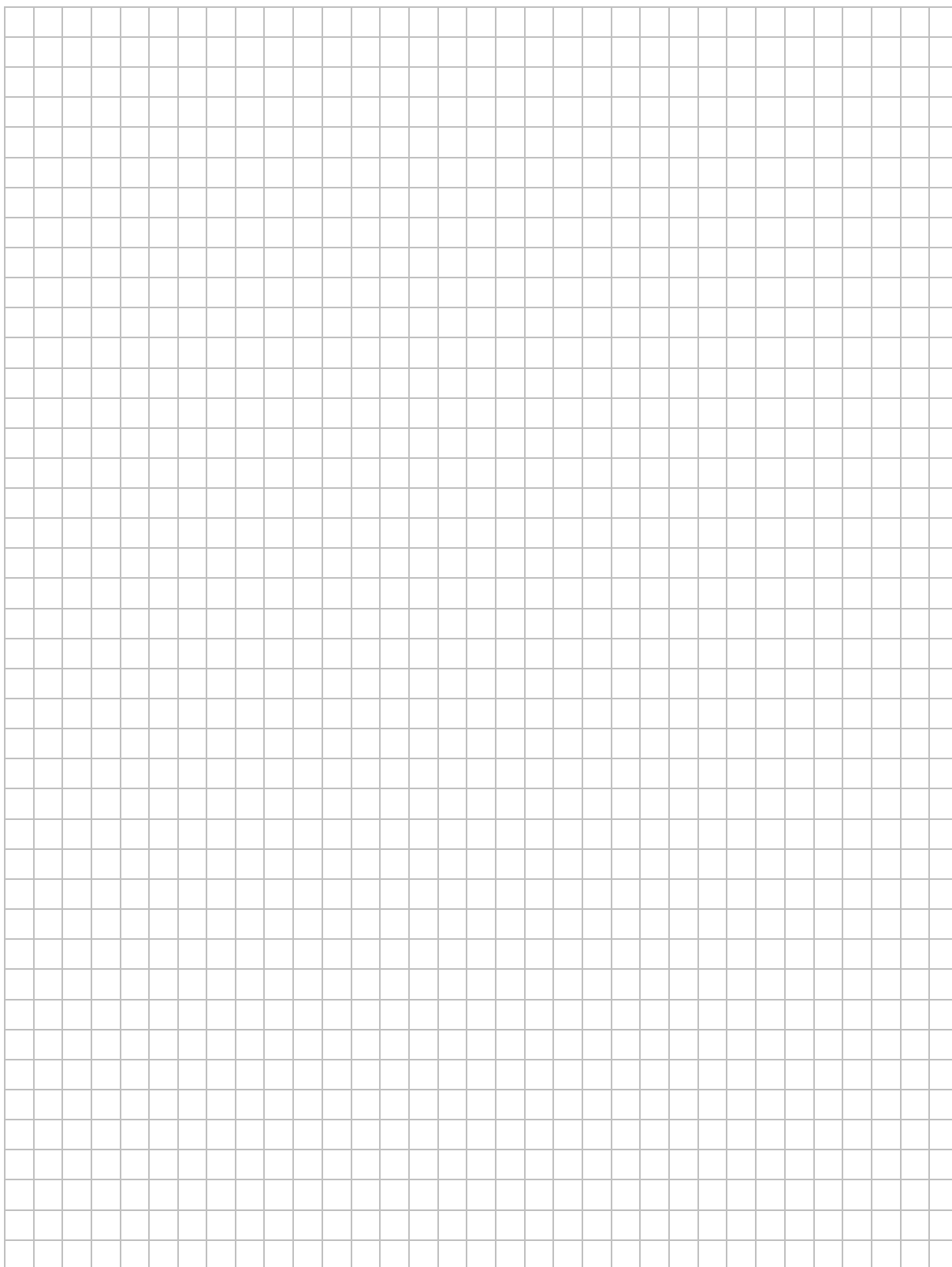
- A. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 3$. B. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 2$.
C. tylko wtedy, gdy $p = 3$. D. tylko wtedy, gdy $p = 2$.

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x . Pochodna tej funkcji jest określona wzorem

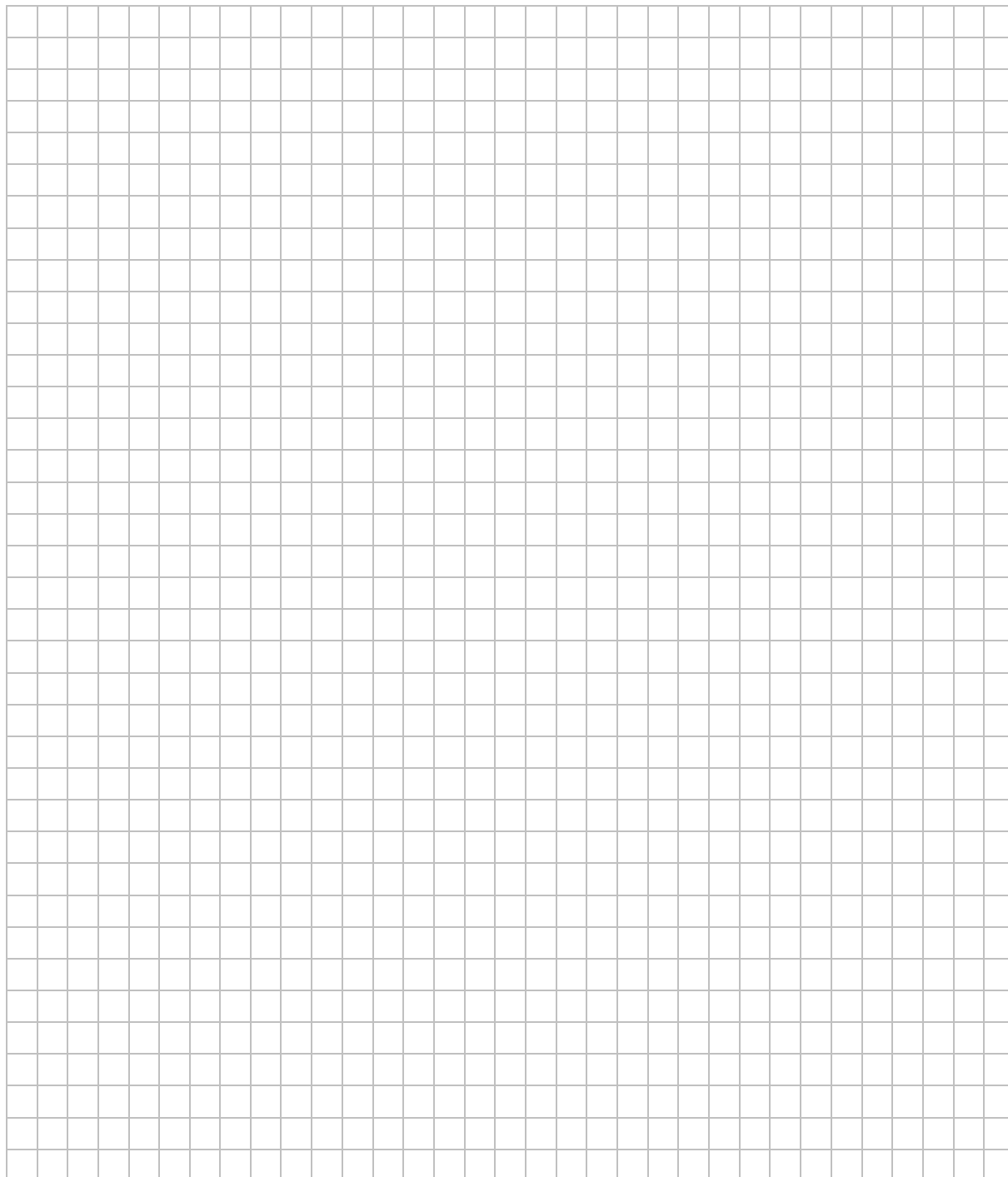
- A. $f'(x) = \frac{-3x^2 + 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$ B. $f'(x) = \frac{-9x^2 + 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$
C. $f'(x) = \frac{3x^2 - 2x - 12}{(x^2 + 4)^2}$ D. $f'(x) = \frac{9x^2 - 2x + 12}{(x^2 + 4)^2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 7. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \left(\frac{1}{2x-371}\right)^n$ dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą x , dla której nieskończony szereg $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ jest zbieżny.

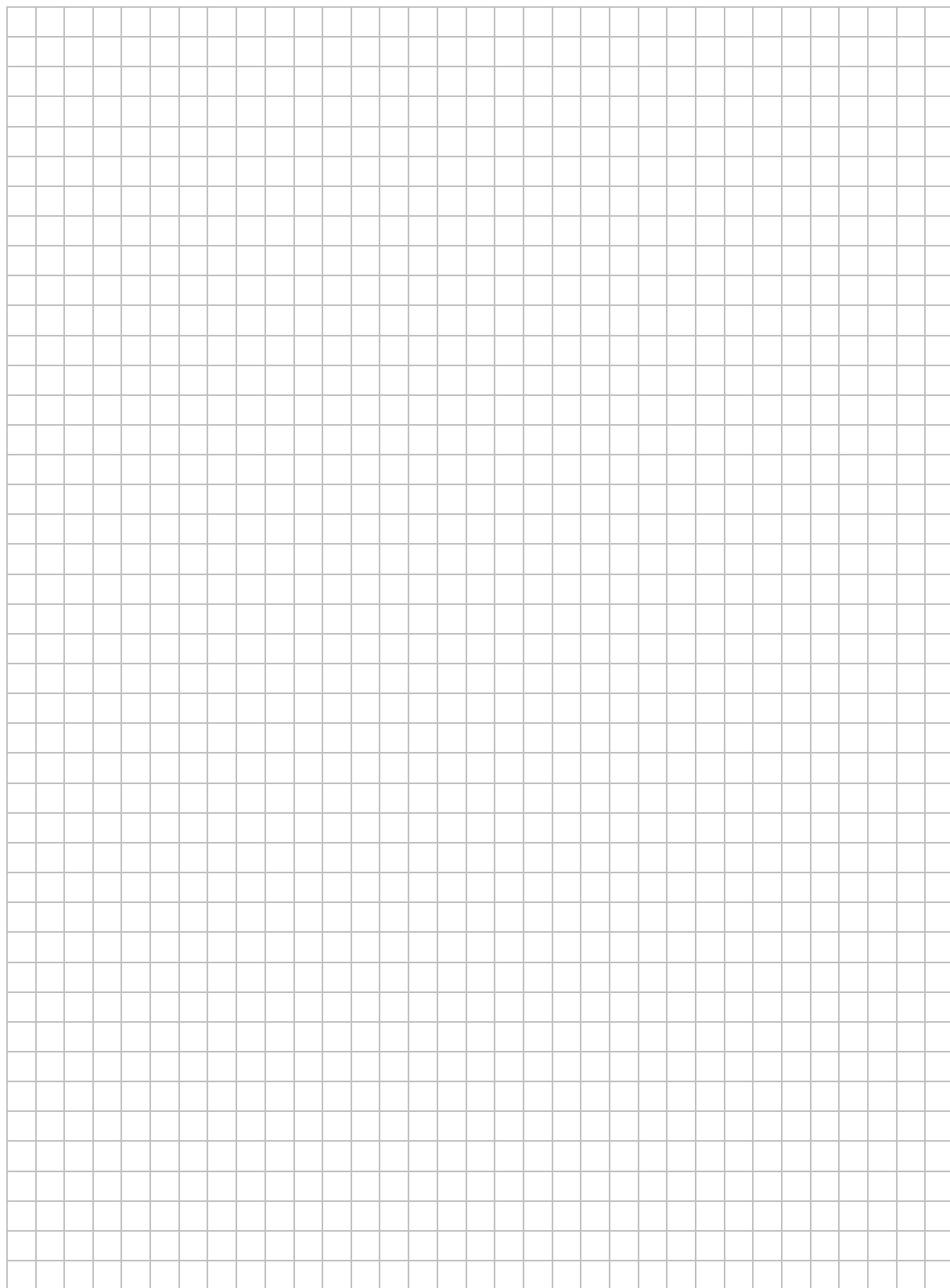


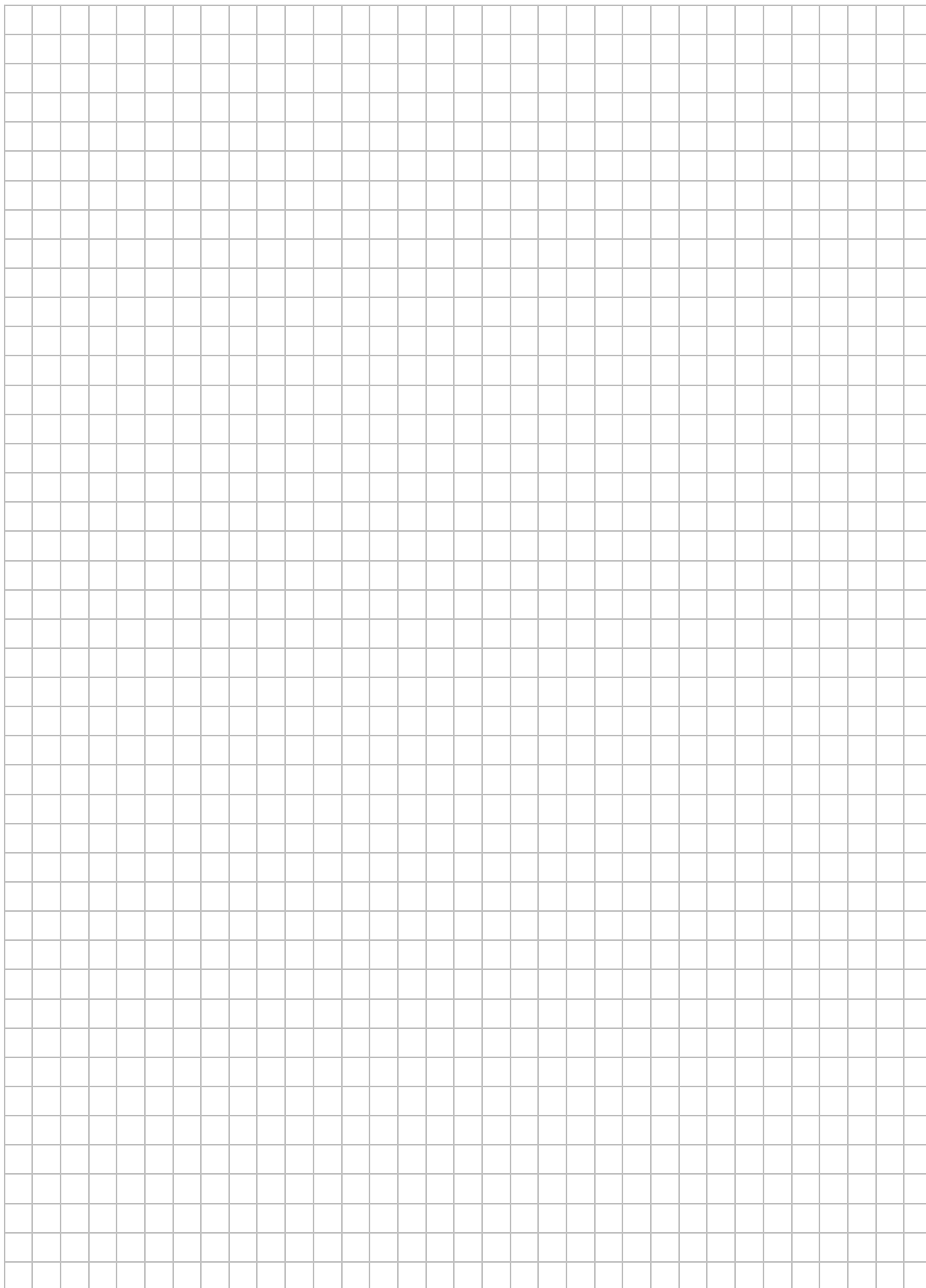
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y takich, że $x^2 + y^2 = 2$, prawdziwa jest nierówność $x + y \leq 2$.

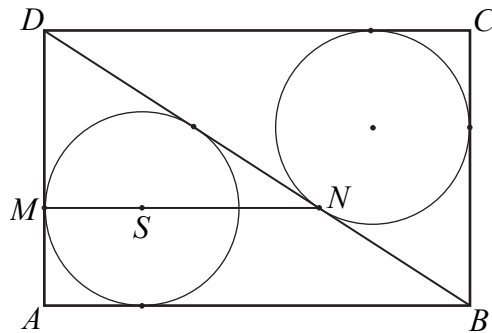




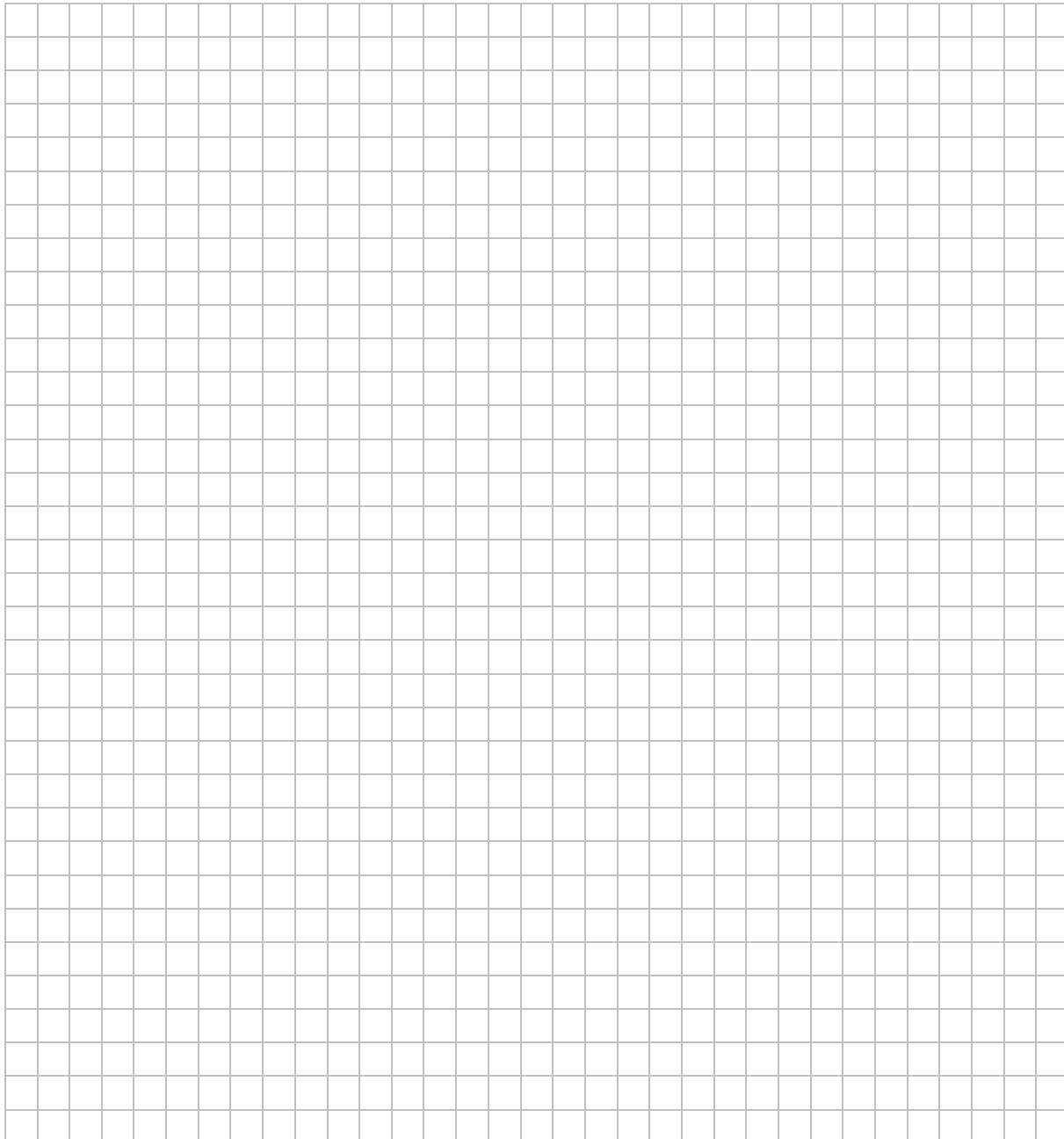
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

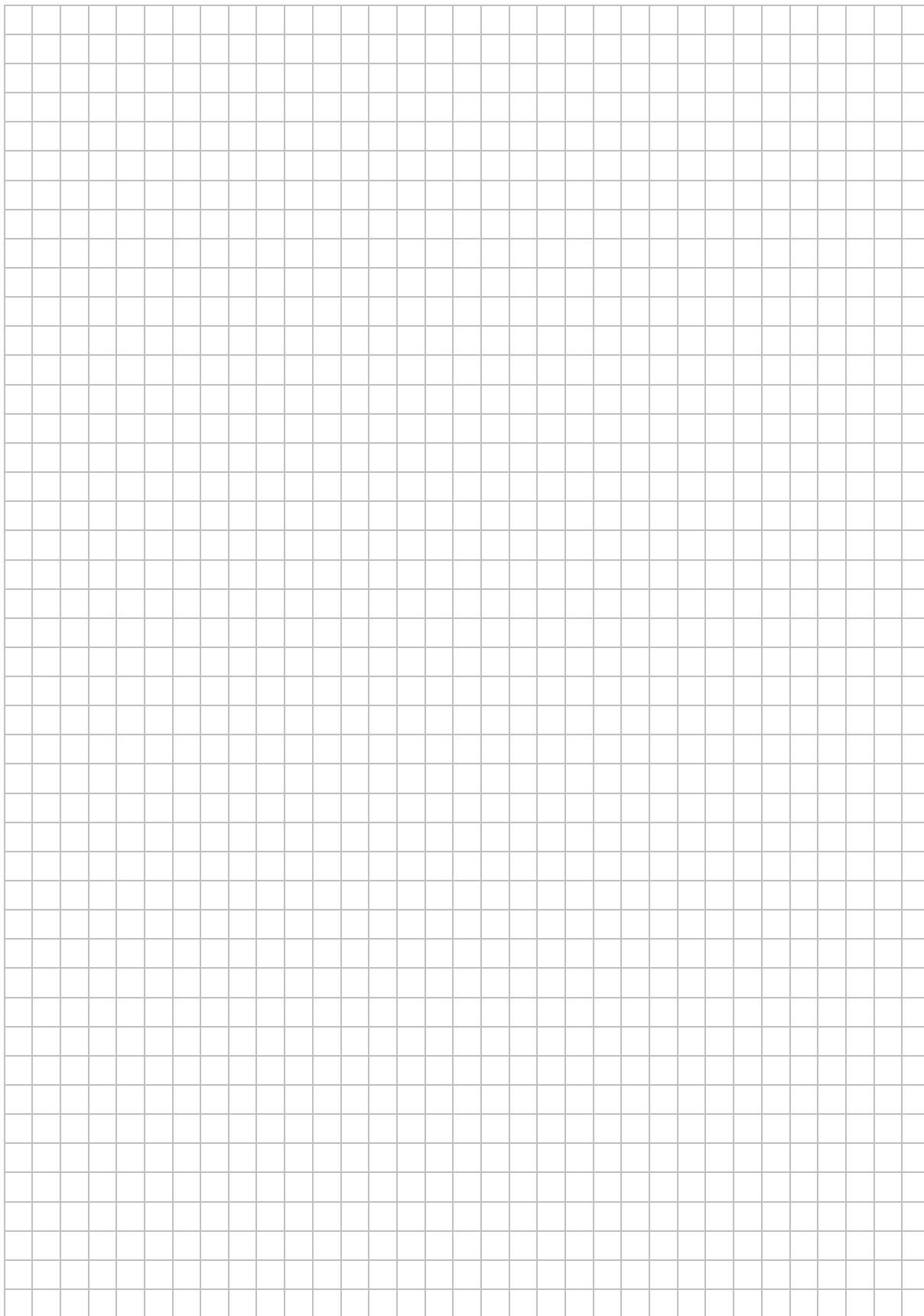
Zadanie 9. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Okrąg wpisany w trójkąt BCD jest styczny do przekątnej BD w punkcie N . Okrąg wpisany w trójkąt ABD jest styczny do boku AD w punkcie M , a środek S tego okręgu leży na odcinku MN , jak na rysunku.



Wykaż, że $|MN| = |AD|$.

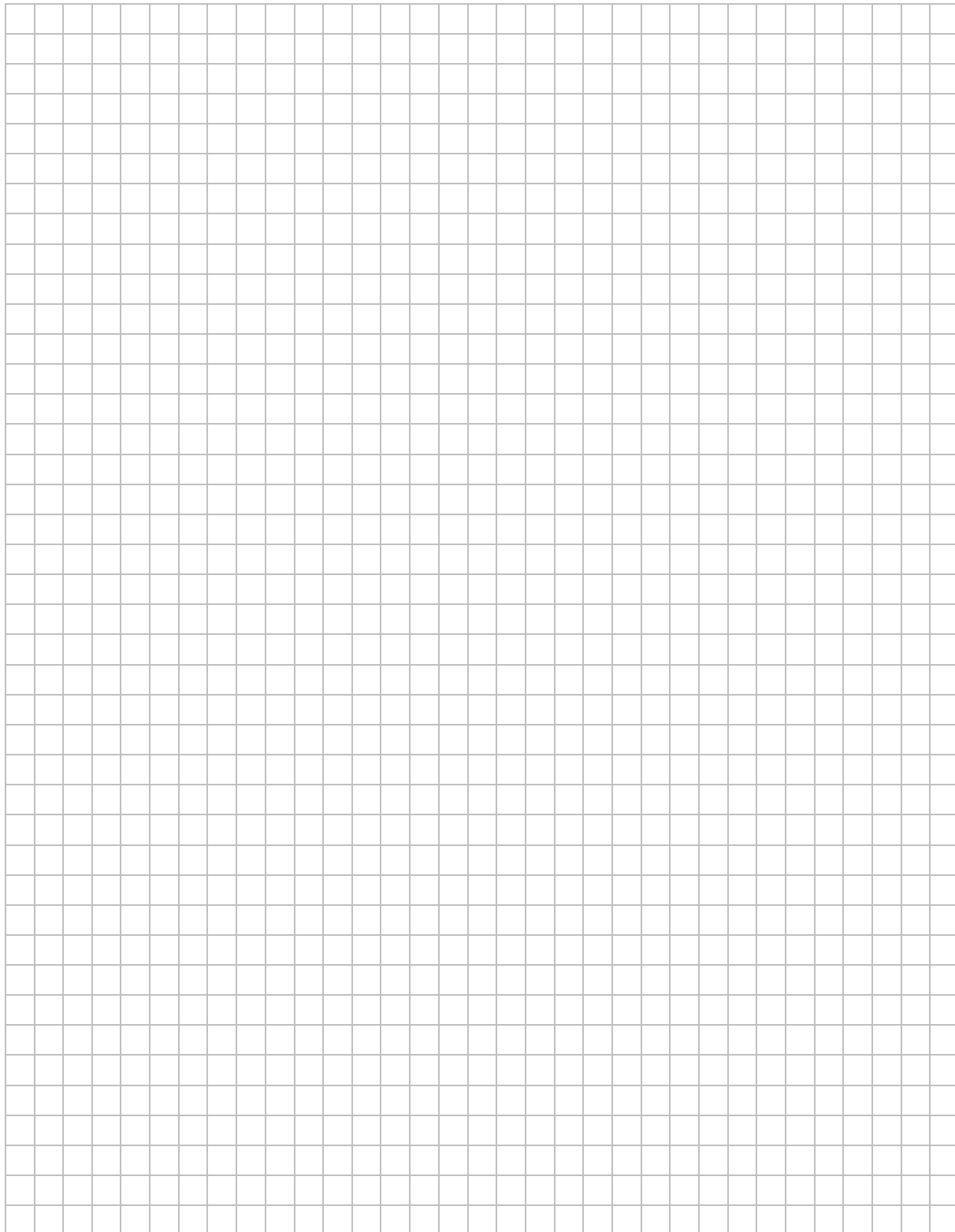




Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (0–4)

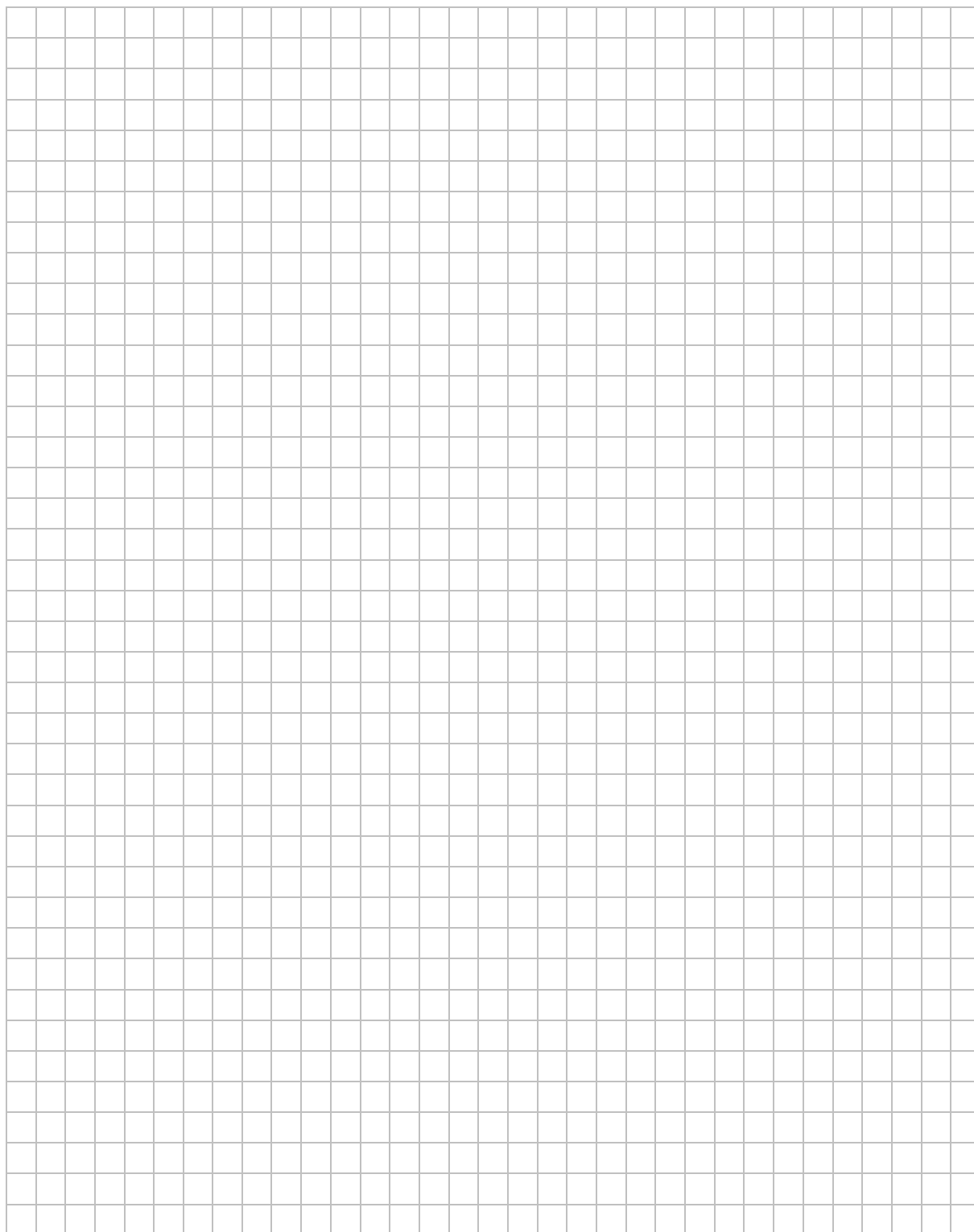
Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których wykresy funkcji f i g , określonych wzorami $f(x) = x - 2$ oraz $g(x) = 5 - ax$, przecinają się w punkcie o obu współrzędnych dodatnich.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

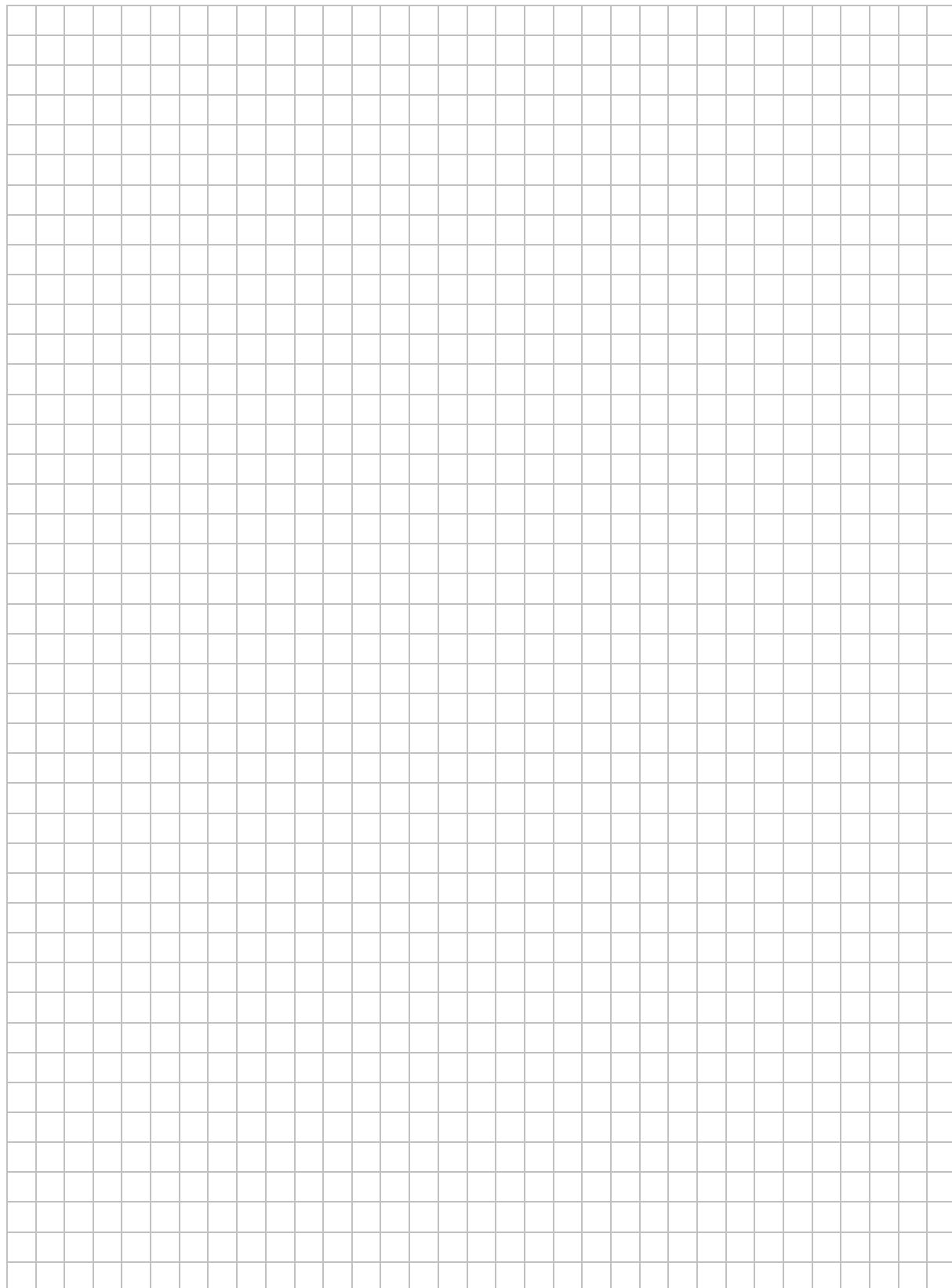


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–6)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1$. Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m , dla których ten trójmian ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 3$.

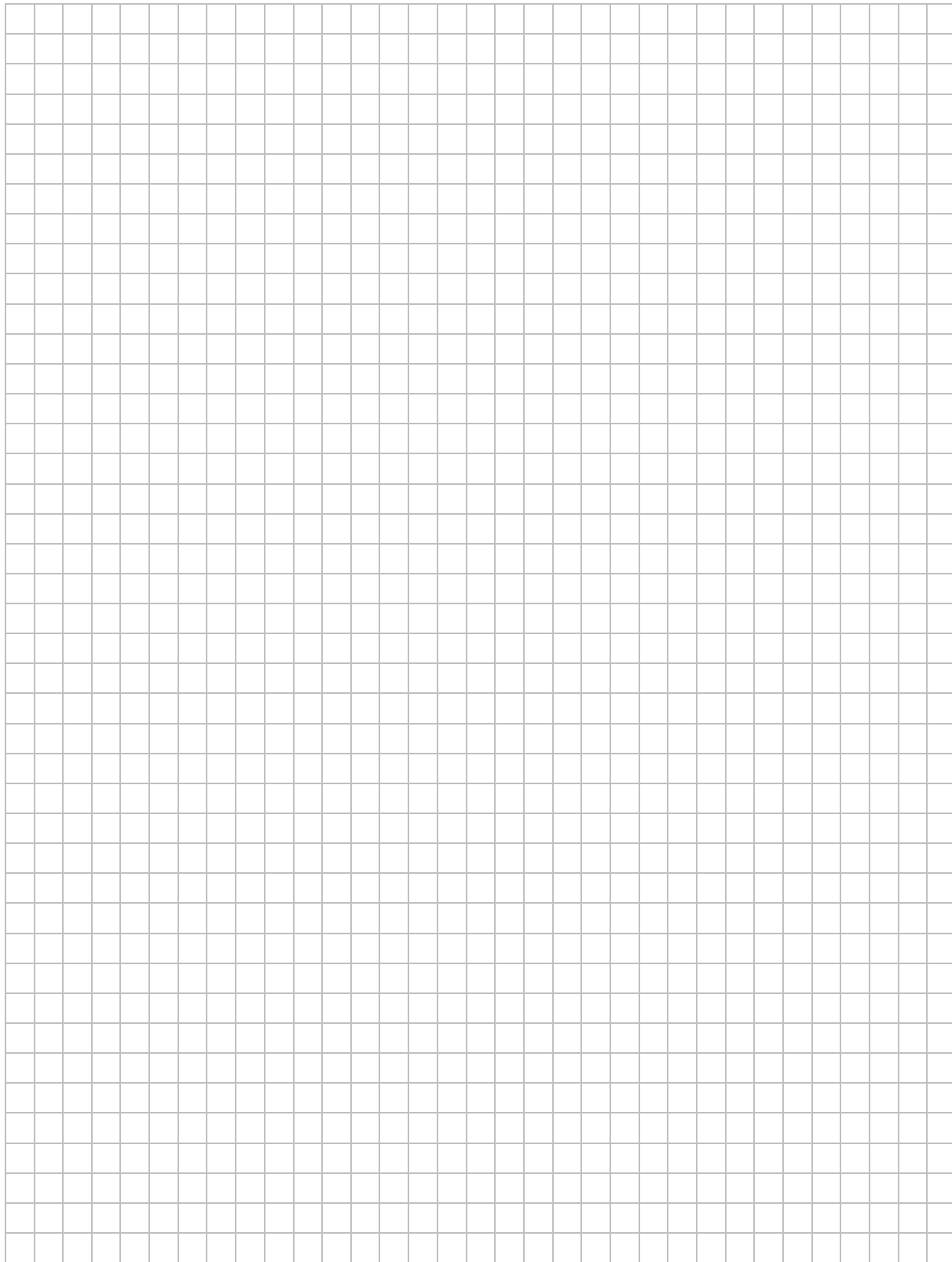


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Punkty $A=(30, 32)$ i $B=(0, 8)$ są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg. Prosta o równaniu $x-y+2=0$ jest jedyną osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną AC . Oblicz współrzędne wierzchołków C i D tego czworokąta.

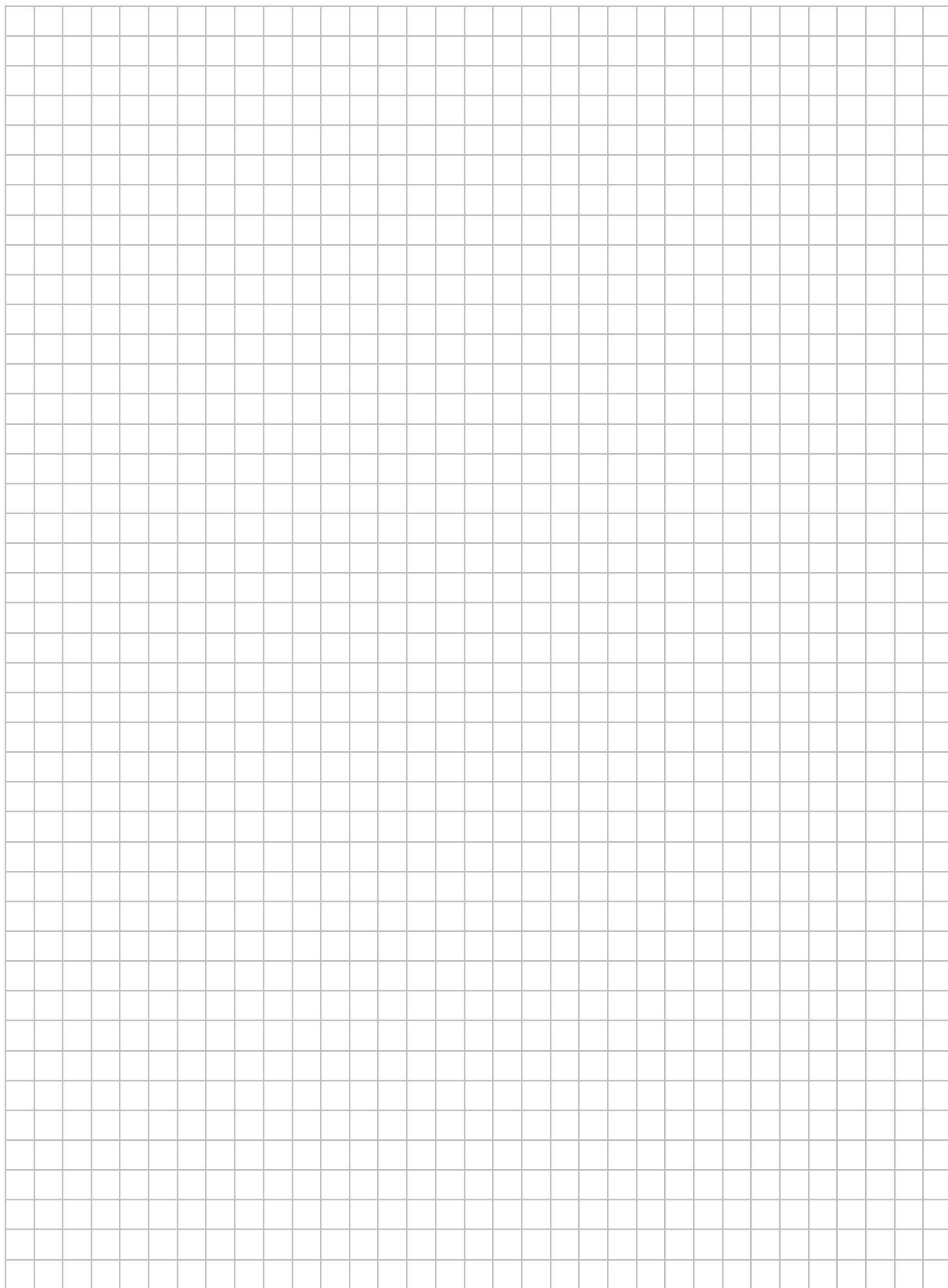


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–3)

Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. Uzasadnij, że takich liczb jest 15 360.

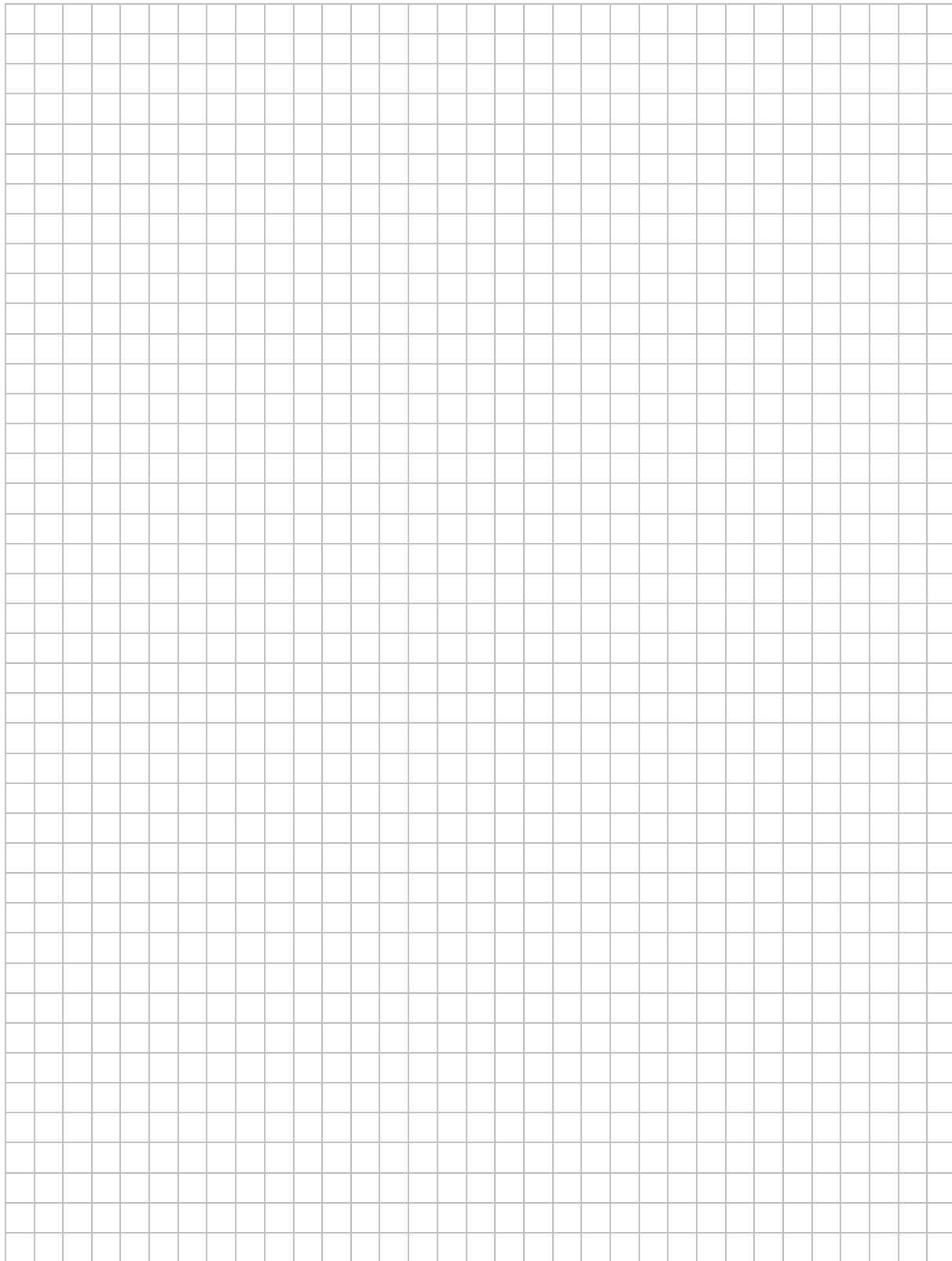


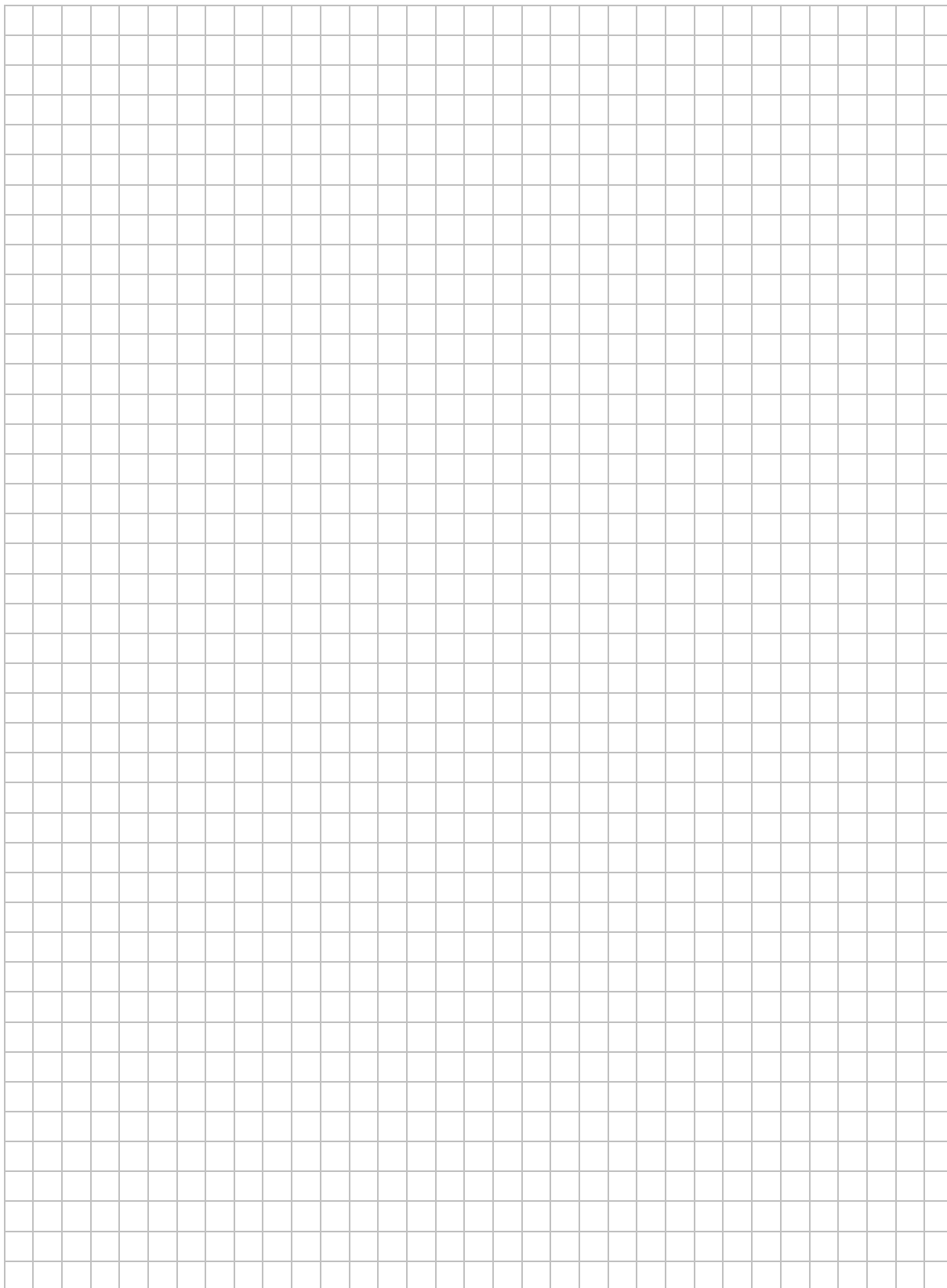
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD$ o podstawie $ABCD$ wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



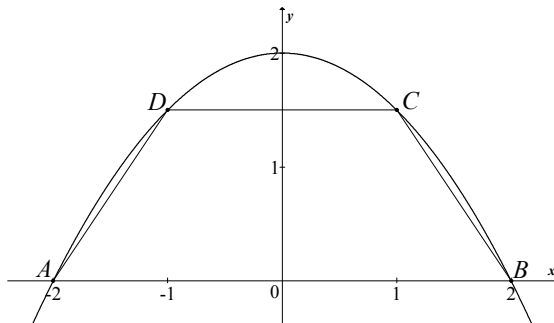


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

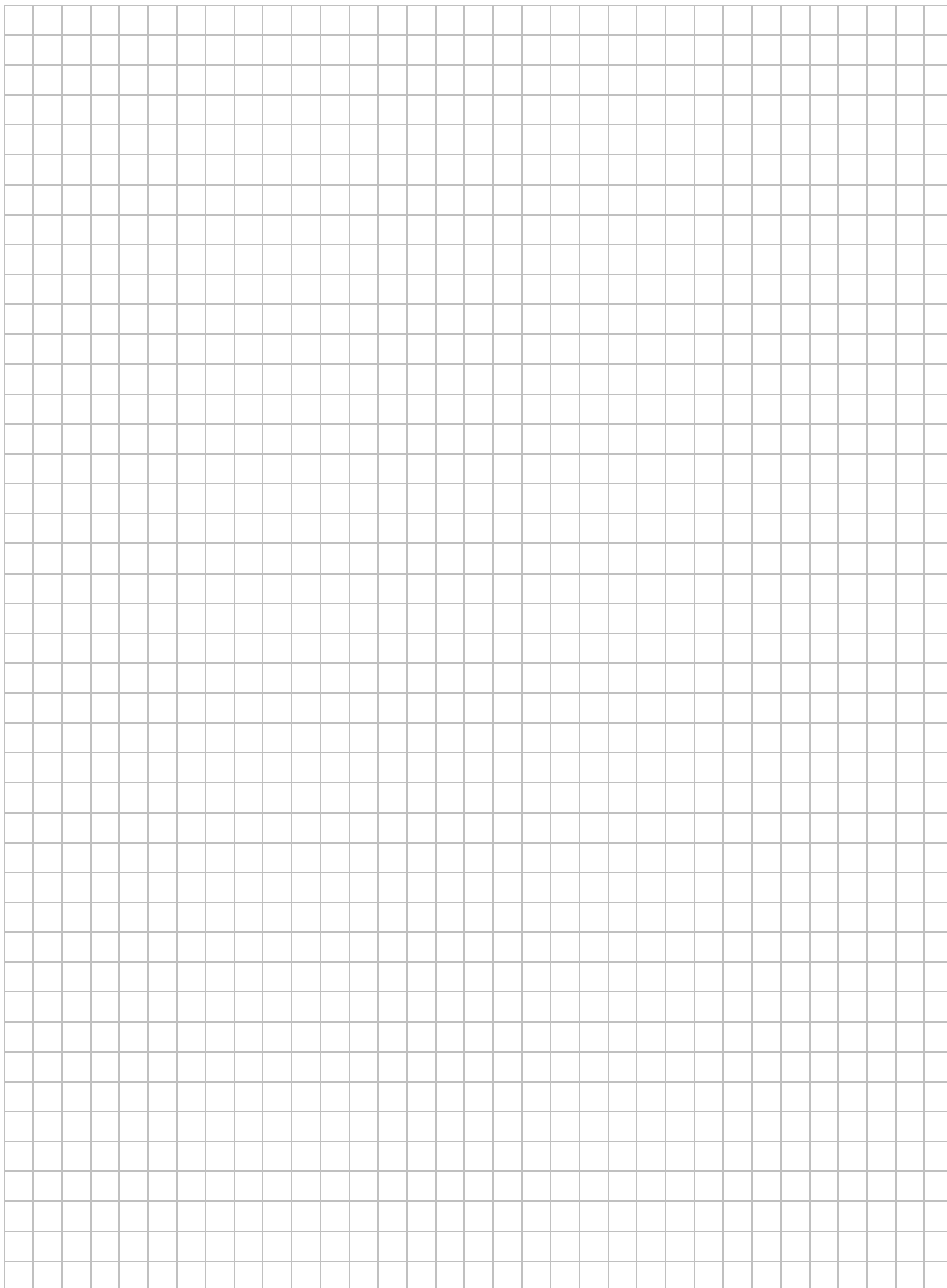
Zadanie 16. (0–7)

Parabola o równaniu $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$ przecina oś Ox układu współrzędnych w punktach $A = (-2, 0)$ i $B = (2, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne $ABCD$, których dłuższą podstawą jest odcinek AB , a końce C i D krótszej podstawy leżą na paraboli (zobacz rysunek).



Wyznacz pole trapezu $ABCD$ w zależności od pierwszej współrzędnej wierzchołka C . Oblicz współrzędne wierzchołka C tego z rozpatrywanych trapezów, którego pole jest największe.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)